Notiz über eine optische Eigenschaft der Kugel.

Von

Prof. Dr. **L. Hermann** in Zürich.

In meiner Untersuchung über schiefen Durchgang unendlich dünner Strahlenbündel durch Linsen und eine darauf bezügliche Eigenschaft der Krystalllinse des Auges [1]) war ich u. a. zu dem Resultat gekommen, dass es bei einer einfachen brechenden sphärischen Fläche Objectpuncte giebt, welche trotz schiefer Incidenz der Strahlen homocentrische Bilder liefern. Diese Puncte sind, wenn das zweite Medium das stärker brechende ist, virtuell, und ihr Abstand vom Einfallspunct des Bündels wird bezeichnet durch

$$e = -r\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi} + \cos\varphi\right)$$

worin r der Krümmungsradius, n das Brechungsverhältniss und φ der Einfallswinkel des Leitstrahls. Ferner ergab sich, dass alle diese virtuellen Puncte auf einer zur brechenden concentrischen Kugelfläche vom Radius nr liegen, und ebenso ihre homocentrischen reellen Bilder auf einer concentrischen Kugelfläche vom Radius $\frac{r}{n}$.

Da die Bilder in diesen Fällen homocentrisch sind, so liess sich aus einem allgemeinen Princip erwarten,

---

[1]) Zürich, Orell, Füssli & Co., 1874. Ein Auszug in Pogg. Annalen Bd. CLIII, p. 470.

dass zwischen ihnen und dem Objectpuncte optische Reciprocität besteht, d. h. die genannten reellen und virtuellen Puncte conjugirt sind. Dies findet man in der That, wenn man die Gleichungen so umformt dass die Bilder zu Objecten werden.

Da ferner die beiden conjugirten Puncte stets auf demselben Radius der Kugel liegen, ihre Lage also von dem Incidenzwinkel des Strahlenbündels unabhängig ist, so folgt hieraus weiter, dass alle von dem einen Puncte ausgehenden unendlich dünnen Bündel, das heisst aber: alle von ihm ausgehenden Strahlen überhaupt, sich im andern Puncte homocentrisch abbilden.

Dieser Satz, welcher eine interessante Eigenschaft der Kugel darstellt, lässt sich nun direct viel einfacher auf geometrischem Wege erweisen. Es sei $PNKGD$ die brechende Kugelfläche vom Radius $CK = r$, A ein leuchtender Punct in der Kugel, der vom Mittelpunct um $AC = \frac{r}{n}$ absteht. AD sei ein von ihm auf die Kugelfläche fallender Strahl, der nach BF gebrochen wird. Der Einfallswinkel ADC heisse ψ, der Brechungswinkel $FDE = BDC$ heisse φ, so dass $\sin\varphi = n \sin\psi$. Nun ist im Dreieck ACD (worin $CD = r$, $AC = \frac{r}{n}$)

$$\sin CAD : \sin\psi = r : \frac{r}{n} = n : 1$$

also
$$\sin CAD = n \sin\psi$$

oder
$$\sphericalangle\, CAD = \varphi.$$

Nun ist weiter $\sphericalangle\, CBD = CAD - ADB$

$$\sphericalangle\, ADB = \varphi - \psi$$

also
$$\sphericalangle\, CBD = \psi.$$

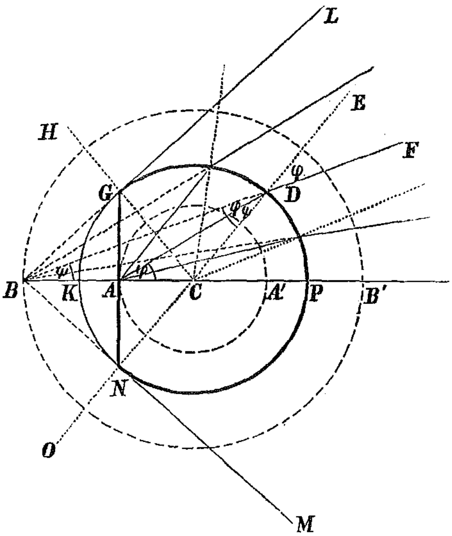
Hiernach sind die Dreiecke CAD und CDB einander ähnlich, woraus folgt

$$CB : CD = CD : CA$$

oder
$$CB : r = r : \frac{r}{n}$$

also
$$CB = nr.$$

Die Lage des Punctes B ist folglich von der des Strahles AD unabhängig, B ist also das homocentrische Bild von A für den ganzen Bereich der Kugel, mit Ausnahme des



Abschnittes GKN. Der Einfallswinkel ψ wird von P nach G hin immer grösser; bei G wo der Tangentialkegel von B und zugleich die in A zu BB' senkrechte Ebene GAN die Kugel trifft, erreicht er sein Maximum und wird dann wieder kleiner; zugleich ist dies der Punct wo der Brechungswinkel LGH ein Rechter ist, also totale Reflexion eintreten würde, wenn ψ noch weiter zunähme. Für den Abschnitt GKN ist das Bild von A nicht mehr homocentrisch und fällt in die Kugel hinein.

Man sieht leicht, dass sich wie A und B, so alle auf gleichem Radius liegenden Punctpaare der Kugeln AA' und BB' verhalten.

Hätte man eine an einer Seite bis zur Ebene GAN abgeschliffene Glaskugel $GDPNA$, und befände sich in A ein leuchtender Punct, so würde man diesen im ganzen Bereich des Kegels LBM punctförmig leuchten sehen, und zwar an der Stelle B.

Schliesslich bemerke ich dass sich der oben erwähnte Satz auch auf anderen Wegen, z. B. aus dem sog. Satz von der optischen Länge, ableiten lässt und dass er möglicherweise schon früher bei geometrischen Untersuchungen gefunden worden ist; jedoch habe ich in der Litteratur seiner bisher nirgends Erwähnung gefunden.

Notizen.

Ankunft der Schwalben in Stanz. Ueber die Ankunft der Schwalben hat mir Herr Dr. Constantin v. Deschwanden in Stanz zur Zeit folgende von ihm gemachte Aufzeichnungen mitgetheilt. Sie erschienen:

1829	April	11	1844	Mai	4	1855	April	14
30	„	14	45	April	26	56	„	14
33	„	22	46	„	25	57	Mai	1
34	„	17	47	„	22	58	April	13
35	Mai	3	48	„	20	59	„	22
36	April	19	49	„	26	60	„	29
37	Mai	2	50	„	12	61	„	21
38	April	12	51	„	12	62	„	6
39	„	18	52	„	11	63	„	12
40	„	20	53	„	19	64	„	10
41	„	23	54	„	12			
42	„	24						
43	„	25						

(R. Wolf).

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 7. December 1874.

1. Herr Ott, Assistent am eidgenössischen Polytechnikum, wird als ordentliches Mitglied in die Gesellschaft aufgenommen. — Die Gesellschaft beschliesst telegraphische Beglückwünschung der physikalisch-medizinischen Gesellschaft in Würzburg zu deren am 8. Dezember stattfindendem 25jährigen Stiftungsfeste.

2. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangene Bücher vor:

A. Geschenke.

Von dem Friesischen Fond.

Topographischer Atlas der Schweiz. Liefg. 5.