

Arbeiten aus dem botanischen Museum des eidg. Polytechnikums
(unter Leitung von Prof. C. Schröter).

X. Variationskurven bei Pflanzen mit tetrameren Blüten.

Von

Paul Vogler.

I.

Durch die Arbeiten Ludwigs und anderer (vergl. namentlich: botan. Zentralblatt 1895, 97, 98 und 1900) ist zur Genüge festgestellt, dass die Maxima der Variationskurven von Kompositen, Umbelliferen, Primulaceen auf den Haupt- oder Nebenzahlen der Fibonaccireihe liegen. Eine Durchsicht der bis jetzt variationsstatistisch bearbeiteten Pflanzenarten ergibt aber sofort, dass nur solche mit pentameren Blüten untersucht wurden. Die Zahl fünf ist eine Hauptzahl der Fibonaccireihe, und es dürfte sich ihr häufiges Vorkommen nach dem gleichen Prinzip erklären lassen, wie das Vorherrschen der übrigen Gipfelzahlen. Ob die Annahme einer inaequalen Anlagenteilung das Richtige trifft, wage ich vorläufig nicht zu entscheiden; wenn sie mir auch als die wahrscheinlichste erscheint.

Neben der Fünzfahl kommt aber bei den Dicotyledonen auch die Vierzahl vor. Es muss nun die Frage aufgeworfen werden: Haben wir in der „Vier“ eine Nebenzahl der Fibonaccireihe zu sehen, oder entspricht sie einem andern Teilungsmodus der Anlagen, im speziellen einer aequalen Teilung, welche die Potenzreihe 2^n ergäbe? Einige Anhaltspunkte für die Beantwortung dieser Frage müssen nach meiner Ansicht variationsstatistische Untersuchungen an Arten mit solchen tetrameren Blüten ergeben. Haben wir die „Vier“ als zur Fibonaccireihe gehörend zu betrachten, so sind die Kurvenmaxima ebenfalls auf den Haupt- und Nebenzahlen dieser Reihe zu erwarten; liegen sie aber anders, so wird ein sehr grosses Material uns später wohl in Stand setzen, ein anderes Gesetz nachzuweisen.

Ich habe im Laufe dieses Sommers einige Zählungen durchgeführt, die ich im folgenden den Fachkollegen vorlegen möchte, in der Erwartung, dass deren negative und positive Resultate zu weiteren Untersuchungen anregen. Wenn die positiven Resultate etwas spärlich ausgefallen sind, so liegt das wohl hauptsächlich an dem etwas geringen Umfang der Zählungen, deren Vermehrung ich eben der Zukunft überlassen muss. Meine Untersuchung erstreckt sich auf folgende Arten: *Cornus mas* L., *C. sanguinea* L., *Knautia arvensis* Koch. und *Cardamine pratensis* L.

II.

1. *Cornus mas* L. In den Anlagen Zürichs sehr häufig gepflanzt. Ausgezählt wurden 1000 Dolden und zwar je 100 von fünf verschiedenen Bäumen und 500 von einem sechsten. Ich erhielt folgende Gesamtkurve:
Anzahl d. Blüten in d. Dolde: 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
Frequenz: - 3 1 6 8 23 24 35 40 **57** 40 48

Bl. p. D.: 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
Frequenz: 45 **70** 60 61 59 **80** 48 **60** 52 50 28 22 22 11 15 7

Bl. p. D.: 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46
Frequenz: 4 2 1 2 2 4 1 - - - - 1 - - 1 -

(siehe Fig. 1.)

Stark hervortretende Gipfel liegen also auf den Zahlen 12, 16, 20, 22. Davon gehört nur 16 als Nebenzahl in die Fibonaccireihe, liegt zugleich aber auch in der Reihe 2^n . Das gleiche gilt für die scharfe Knickung der Kurve bei 8. Besonders hervorzuheben sind im Fernern die beiden starken Depressionen auf den Hauptzahlen 13 und 21, so dass von einer Fibonaccikurve nicht gesprochen werden kann. Dass wir diese Ausbildung der Kurve nicht etwa als durch Summationswirkungen der Zählungen verschiedener Ursprungsorte zu betrachten haben, zeigte sich sofort beim Betrachten der einzelnen Komponenten. Bei den je 100 Zählungen von den Bäumen 1—5 kamen als Gipfel vor:

4	3	mal	13	1	mal	20	2	mal
8	2	"	16	4	"	22	3	"
12	3	"	18	1	"	29	1	"
						36	1	"

Die Kurve aus 500 Zählungen des sechsten Baumes besitzt Maxima bei 20, 18, 24, 12, 27, 8. Also kaum eine Andeutung von Fibonaccizahlen.

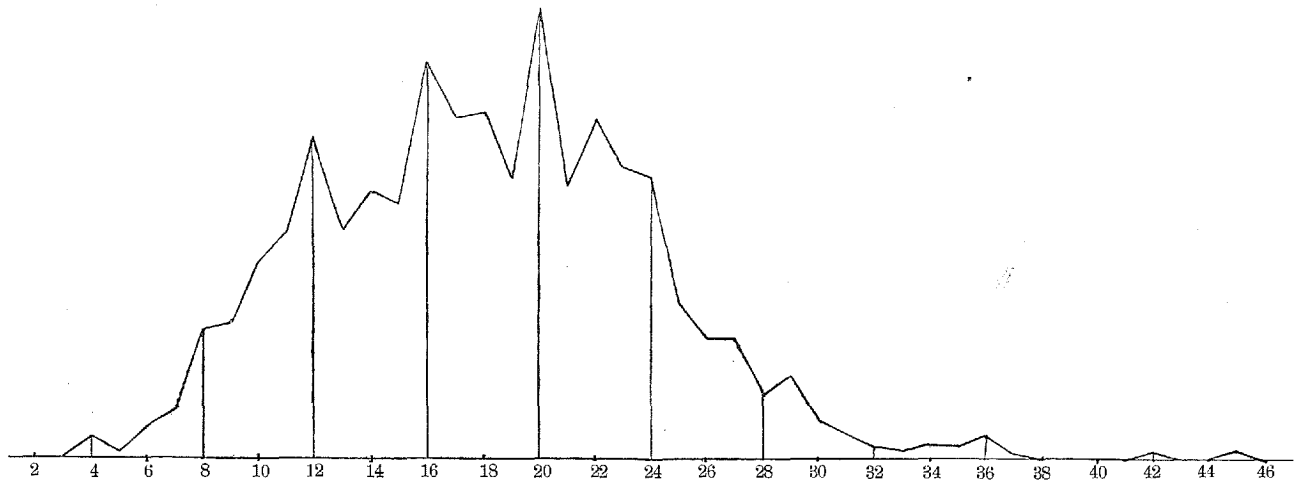


Fig. 1. Variationskurve der Doldenstrahlen von *Cornus mas* L., konstruiert nach 1000 Zählungen.

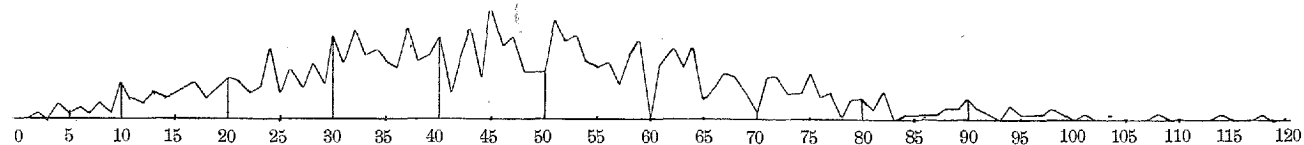


Fig. 2. Variationskurve für die Zahl der Blüten in den Blütenständen von *Cornus sanguinea* L., konstruiert nach 700 Zählungen.

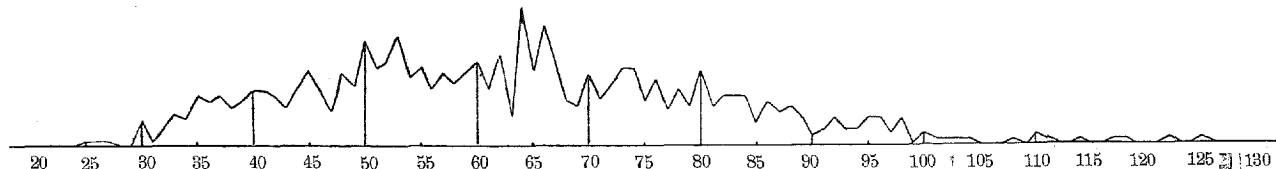


Fig. 3. Variationskurve für die Zahl der Blüten in den Köpfchen von *Knautia arvensis* Koch, konstruiert nach 750 Zählungen.

2. *Cornus sanguinea* L. Ausgezählt wurden 700 Blütenstände. Davon stammten 75 vom Zürichberg, 625 vom Sihlkanal beim Sihlhölzli Zürich. Ich erhielt folgende Gesamtkurve:

Zahl der Blüten:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
Frequenz:	-	1	-	3	1	2	1	3	1	7	4	3	5	4		
Z. d. Bl.:	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Fr.:	5	6	7	4	6	8	7	5	6	14	5	10	6	11	7	16
Z. d. Bl.:	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Fr.:	11	17	12	13	11	10	18	11	12	16	5	11	18	8	21	14
Z. d. Bl.:	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62
Fr.:	16	9	9	9	19	15	16	11	10	11	7	12	15	1	11	14
Z. d. Bl.:	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
Fr.:	10	14	4	6	9	8	5	2	8	8	5	5	8	4	5	1
Z. d. Bl.:	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94
Fr.:	4	4	2	6	-	1	1	1	1	2	2	4	2	1	-	3
Z. d. Bl.:	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
Fr.:	1	1	1	2	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	1	-
Z. d. Bl.:	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120						
Fr.:	-	-	-	1	-	-	-	1	-	-						

(siehe Fig. 2.)

Wenn auch für einen so weiten Variationsspielraum (1—118) die Zahl von 700 Zählungen etwas gering erscheint, so zeigt sich der Charakter der Kurve doch schon sehr deutlich. Sie ist ausserordentlich vielgipflig. Die am schärfsten hervortretenden Gipfel liegen, nach ihrer Frequenz geordnet, auf den Zahlen 45, 51, 37, 43, **32**, 30, 40, 59, **64**, 62. Darunter ist weder eine Haupt- noch eine Nebenzahl der Fibonaccireihe vertreten, dagegen die Zahlen 32 und 64 aus der Potenzreihe.

Betrachten wir das Verhalten der Zahlen der Fibonaccireihe, so finden wir:

Für die Hauptzahlen: 2 Gipfel, 3 Depression, 5 Depression, 8 Gipfel, 13 Andeutung eines Gipfels, 21 —, 34 Andeutung eines Gipfels, 55 Depression, 89 Depression.

Für die Nebenzahlen: 4 Gipfel, 6 And. eines Gipfels, 10 Gipfel, 16 —, 26 Gipfel, 42 —, 68 —, 110 Depression.

2, 4, 8 gehören aber zugleich auch der Potenzreihe an; ausser auf diesen besitzt also nur die Nebenzahl 10 einen ausgesprochenen

Gipfel, die andern teils nur schwache Andeutungen solcher, teils direkt Depressionen.

Für die Potenzreihe ergeben sich folgende Verhältnisse:

2 Gipfel, 4 Gipfel, 8 Gipfel, 16 —, 32 Gipfel, 64 Gipfel.

Endlich mögen auch hier die Gipfel der verschiedenen Komponenten der Kurve aufgeführt sein, obgleich denselben, wegen der relativ geringen Anzahl der Zählungen, kein allzu grosses Gewicht beigelegt werden darf. Die 75 Blütenstände vom Zürichberg ergaben deutliche Gipfel auf: 40, 55, 59.

Die übrigen 625 Dolden wurden an 4 verschiedenen Tagen im Sihlhölzli gesammelt und jeweils gesondert ausgezählt. Es ergaben sich dabei folgende stärker hervortretende Gipfel:

- 1) 10. VI. 1902. 175 Blütenstände, Gipfel auf: 45, 47, 51/52, 34, 59, 62.
- 2) 16. VI. 1902. 150 Blütenst., Gipfel auf: 24, 30, 47, 33 37, 68.
- 3) 21. VI. 1902. 125 " " " 51, 43.
- 4) 25. VI. 1902. 175 " " " 28, 32, 37, 26, 39, 42, 45, 53, 62.

Aus der Fibonaccireihe kommen also vor die Hauptzahlen 34 und 55 und die Nebenzahlen 68, 26, 21; aus der Potenzreihe die Zahl 32. Trotzdem spricht dieses Resultat nicht für die Fibonaccireihe, da, sobald man überhaupt jedes auch niedrige Maximum in Betracht zieht, folgende Verhältnisse sich ergeben:

Fibonaccireihe.	Hauptzahlen: 2: 1 mal	21: 1 mal.
	3: —	34: 1 "
	5: 1 "	55: 2 "
	8: 1 "	89: —
	13: 1 "	
	Nebenzahlen: 4: 1 "	26: 2 "
	6: 1 "	42: 1 "
	10: 3 "	68: 1 "
	16: 1 "	
Potenzreihe: 2: 1 mal	16: 1 mal.	
	4: 1 "	32: 1 "
	8: 1 "	64: 3 "

Das Resultat stimmt also mit dem für *Cornus mas* gefundenen gut überein.

3. *Knautia arvensis* Koch. Von den insgesamt 750 ausgezählten Köpfchen stammen 350 aus der Umgebung von Zürich, 400 aus der Umgebung von Frauenfeld (Thurgau). Als Gesamtkurve erhielt ich:

Zahl der Blüten im Köpfchen:	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33				
Frequenz:	-	1	1	1	-	-	5	1	3	6				
Z. d. Bl.:	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
Fr.:	5	9	8	9	7	8	10	10	9	7	11	14	10	6
Z. d. Bl.:	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
Fr.:	13	11	19	14	15	20	12	14	10	13	11	13	15	10
Z. d. Bl.:	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
Fr.:	17	5	26	13	22	14	8	7	13	8	11	14	14	8
Z. d. Bl.:	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
Fr.:	12	6	10	7	14	7	9	9	9	4	8	6	7	5
Z. d. Bl.:	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
Fr.:	2	3	5	3	3	5	5	2	5	-	2	1	1	1
Z. d. Bl.:	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117
Fr.:	1	-	-	-	1	-	2	1	-	-	1	-	-	1
Z. d. Bl.:	118	119	120	121	122	123	124	125	126					
Fr.:	1	-	-	-	1	-	-	1	-					

(siehe Fig. 3.)

Der Schwerpunkt der ganzen Kurve liegt also im Abschnitt 62—66; als höchster Gipfel ragt die Zahl 64 heraus, keine Fibonaccizahl, aber eine der Potenzreihe. Auch die übrigen wichtigeren Gipfel 66, 53, 50, 62, 45, 80 liegen nicht auf Zahlen der Fibonaccireihe. Betrachten wir auch hier das Verhalten der beiden Zahlenreihen, so ergibt sich folgendes:

Fibonaccireihe. Hauptzahlen: 34 Depression, 55 Andeutung eines Gipfels, 89 —; Nebenzahlen: 26 —, 42 —, 68 Depression, 110 Andeutung eines Gipfels; Potenzreihe: 32 —, 64 Hauptgipfel.

Für die beiden Komponenten der Gesamtkurve ergeben sich folgende Hauptgipfel:

Zürich 350 Zählungen: 64, 62, 60, 67, 80, 70.

Frauenfeld 400 Zählungen: 53, 50, 66, 64, 44.

Darunter weder eine Haupt- noch eine Nebenzahl aus der Fibonaccireihe: dagegen in beiden Komponenten die 64 aus der Potenzreihe.

4. *Cardamine pratensis* L. Die Blütenstände der Kruziferen bieten für variationsstatistische Untersuchungen im allgemeinen kein günstiges Material, weil die Trauben selten abgeschlossen sind, und so meist eine Willkürlichkeit in der Taxierung entsteht. Relativ günstige Verhältnisse weisen die Doldentrauben von *Cardamine pratensis* in voller Blüte auf. Bei meinen Zählungen fand ich nur ganz vereinzelt Blütenstände, bei denen überhaupt ein Zweifel möglich war, was zu zählen sei, was nicht; solche Fälle wurden jeweils nicht aufgenommen. — Die zuverlässigen Zählungen umfassen 1000 Blütenstände. Davon stammen 400 aus Zürich und Umgebung, 200 von einer Wiese beim Rüggerholz, Frauenfeld, 400 von Wiesen aus Tal bei Frauenfeld. Während bei den ersten zwei Gruppen im wesentlichen nur die Blütenstände der Hauptachsen berücksichtigt wurden, zählte ich in der dritten auch alle Nebenachsen aus.

Als Gesamtkurve aus den 1000 Zählungen erhielt ich folgende:

Zahl der Blüten:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
Frequenz:	10	36	31	46	51	45	46	54	46	64	67	47	58	53	55	60		
Z. d. Bl.:	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
Fr.:	37	31	34	18	18	23	17	8	6	3	3	1	-	-	-	-	1	-

(siehe Fig. 4.)

Nach der Frequenz geordnet besitzt also die Kurve folgende Hauptgipfel: 11, 16, 8, 13, 5, 19, 22, 2. Zur Fibonaccireihe gehören als Hauptzahlen: 2, 5, 13, als Nebenzahlen: 8 und 16. 2, 8 und 16 gehören aber zugleich auch der Potenzreihe an. Die Hauptgipfel dieser Kurve bietet also für die Entscheidung der aufgeworfenen Frage keine Anhaltspunkte. Betrachten wir überhaupt das Verhalten der beiden Zahlenreihen, so ergibt sich: Fibonaccireihe, Hauptzahlen: 2 Gipfel, 3 Depression, 5 Gipfel, 8 Gipfel, 13 Andeutung eines Gipfels, 21 Depression.

Nebenzahlen: 4 Knickung, 6 Depression, 10 Knickung, 16 Gipfel.

Potenzreihe: 2 Gipfel, 4 Knickung, 8 Gipfel, 16 Gipfel.

Die Depressionen bei 3 und 21, sowie die blosse Andeutung des Gipfels auf 13, spricht immerhin etwas gegen die Annahme einer Entwicklung nach der Fibonaccireihe.

Für die drei Komponenten der Kurve gesondert endlich, erhielt ich folgende Verhältnisse:

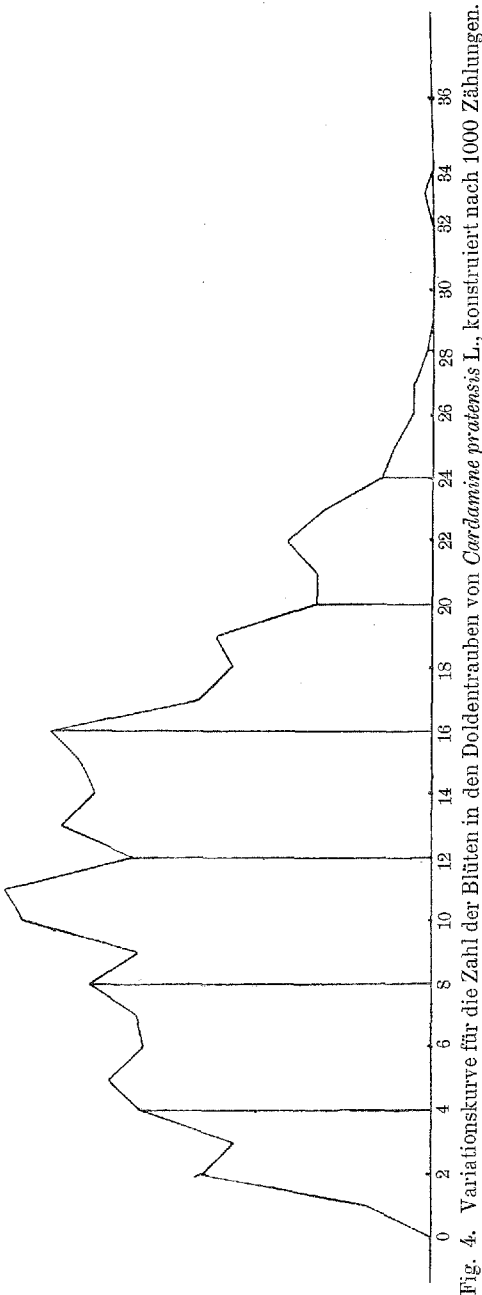


Fig. 4. Variationskurve für die Zahl der Blüten in den Doldentrauben von *Cardamine pratensis* L., konstruiert nach 1000 Zählungen.

1. Zürich (400 Zählungen): Hauptgipfel auf: 11, 8, 17, 6, 23, 2.
2. Frauenfeld I (200 Zählungen): Hauptgipfel auf: 11, 16, 13.
3. Frauenfeld II (400 Zählungen): 5, 7, 2, 16, 10, 12, 19, 22.

Es lassen sich also auch diese Zahlen sowohl für die Fibonacci- als auch Potenzreihe verwenden. Immerhin darf doch betont werden, dass im Gegensatz zu den anderweitig aufgefundenen reinen Fibonaccikurven das häufige Auftreten von Gipfeln auf der Reihe fremder Zahlen (7, 11, 17, 19, 22) auffällig ist.

III.

Durch die im vorstehenden zusammengestellten Zahlen glaube ich wenigstens das bewiesen zu haben, dass für die untersuchten Arten mit tetrameren Blüten eine Entwicklung nach der Fibonaccireihe nicht angenommen werden darf. Es ist also auch die Zahl 4 in der Blüte nicht als Nebenzahl dieser Reihe aufzufassen.

Für die Annahme einer Entwicklung nach der Potenzreihe 2^n sind einige Andeutungen vorhanden, doch lässt sich aus dem wenigen Material noch kein definitiver Schluss ziehen. Auffällig bleibt in allen Fällen die ausserordentliche Unregelmässigkeit und Vielgipfigkeit der Kurven.