

Messungen der thermischen Ausdehnung von kristallisiertem Quarz und von Gold zwischen 18 und 540°.

Von

ALEXANDER MÜLLER.

(Hierzu Tafel II und III.)

(Als Manuskript eingegangen am 1. September 1915.)

1. Einleitung.

Im Gebiete der Zustandsgleichungen haben z. Z. die Messungen bei tiefen Temperaturen grosses theoretisches Interesse.

Bei Untersuchungen in höheren Temperaturen treten im allgemeinen Fragen mehr praktisch-experimenteller Art in den Vordergrund. Die in den letzten Jahren ausgebaute Theorie des festen Zustandes erstreckt sich jedoch z. T. auch auf hohe Wärmegrade, so dass die Vermehrung und Erweiterung des diesbezüglichen Zahlenmaterials jedenfalls zweckmässig ist.

In vorliegender Arbeit wurden Messungen der thermischen Ausdehnung an kristallisiertem Quarz (\parallel Achse) und am Gold, in einem Bereich von 18 bis 540° vorgenommen, und zwar nach der Fizeau'schen Methode.

2. Versuche.

Apparate.

Die experimentelle Anordnung bestand aus:

1. Interferenzmessapparat nach Pulfrich ¹⁾
2. Quarztischchen " "
3. Elektrischem Ofen

und wurde von der Firma Carl Zeiss in Jena geliefert.

Interferenzmessapparat und Ofen waren auf gemeinsamer eiserner Platte montiert. Das Quarztischchen stand auf einem Porzellanrohr, und konnte mit Zahnstange von unten in den Ofen eingeschoben und dieser gleichzeitig verschlossen werden. Zur Temperatúrausgleichung diente ein nachträglich angebrachter, zylindrischer Kupferblock, der das Quarztischchen umschloss. Die innere Wandung der Bohrung

¹⁾ C. Pulfrich. Z.-S. für Instr.-Kunde 1898, Heft 9.

dieses Blockes war mit dünnem Nickelblech ausgekleidet, ebenso die Stirnfläche desselben, und schützte das Quarztischchen vor dem durch die Hitze entstehenden und beim Erkalten abspringenden Cu-Oxyd. Tafel 1 zeigt den Ofen im Aufriss. Die Temperaturmessung geschah mit einem Platinwiderstandsthermometer mit einfacher Goldzuleitung zur Spirale. Geliefert wurde das Thermometer von Heraeus, in der bekannten Ausführung. Der Widerstand wurde in der Wheatston'schen Brücke bestimmt. Die Stellung des Thermometers zum Quarztischchen ist ebenfalls aus der Tafel ersichtlich.

Untersuchungs-Objekte.

1. Ring aus kristallisiertem Quarz. Ringebenen \perp zur Kristallaxe. (Nach Angabe von C. Zeiss, Jena, wurde nicht nachkontrolliert.)

Dimensionen des Ringes:

Höhe bei 18°C : 10,059 mm in der Achse gemessen

Dicke : 4 "

Äusserer Durchmesser: 32 "

2. Zylindrisches Plättchen aus kristallisiertem Quarz, Begrenzungsebenen \perp , Kristallaxe lt. Angabe.

Höhe bei 18°C : 1.554 mm in der Achse gemessen.

Durchmesser : 12 "

Bezugsquelle von 1 und 2 sowie der Plan-Grundplatte des Tischchens: Carl Zeiss, Jena.

3. Goldhohlzylinder. Das Gold wurde als rein von Heraeus bezogen und z. T. von C. Zeiss bearbeitet.

Dimensionen des Zylinders:

Höhe bei 18° : 8.460 mm in der Achse

Dicke der Zylinder-Wand: 2 "

" " " Decke: 1.3 "

Durchmesser: 15 "

Die gegenseitige Berührung aller Teile des Tischchens geschah in den 3 üblichen kleinen Flächen. Die Höhen bei 18° wurden mit einem Sphärometer, mit verschiebbarem Masstab und mikroskopischer Ablesung, bestimmt. Der Masstab war von der deutschen \perp Eichungskommission geeicht und, wie das Sphärometer, von Zeiss geliefert.

Längenmessung.

Sind l_1 und l_2 die Längen des Luftzwischenraumes, gemessen in der Achse des Quarztischchens, bei den Temperaturen t_1 und t_2 ; n_{t_1} und n_{t_2} die Brechungsindizes des verwendeten monochromatischen

p_1 p_2

Lichtes in Luft, bei den Temp. t_1 und t_2 und den Drucken p_1 und p_2 , λ die Wellenlänge im Vacuum, so wandern: $z = \frac{2}{\lambda} \left(l_2 \cdot n_{t_2}^{p_2} - l_1 \cdot n_{t_1}^{p_1} \right)$

Interferenzstreifen an der Marke der Deckplatte vorbei, wenn sich die genannten Grössen vom Index 1 auf Index 2 ändern.

Die gesuchte Längenänderung:

$$l_2 - l_1 = \left\{ z - \frac{2}{\lambda} \left(l_2 \left[n_{t_2}^{p_2} - 1 \right] - l_1 \left[n_{t_1}^{p_1} - 1 \right] \right) \right\} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Der mit $\frac{2}{\lambda}$ multiplizierte Klammerausdruck ist als Korrekturgrösse von z aufzufassen. (In den vorliegenden Versuchen ist er im Max. ca. $2\frac{1}{2}\%$ von z). Für l_2 resp. l_1 , in dem Korrekturglied, werden nur Näherungswerte verlangt; diese ergeben sich aus l_{18} = Höhe der Luftschicht bei 18° und aus der Zahl der gewanderten Interferenzstreifen. Ferner wurde die Gültigkeit der Beziehung:

$$n_t^p - 1 = \left(n_0^p - 1 \right) \cdot \frac{p}{760(1 + 0.00367 \cdot t)}$$

angenommen.

Zur Bestimmung von $l_2 - l_1$ sind also folgende Grössen erfordert:

z = Zahl der gewanderten Streifen,

p = Barometerstand,

t = Temperatur der Luftschicht zwischen Grund und Deckplatte des Quarztischchens.

Ferner muss bekannt sein: der Brechungsindex der Luft für das zur Messung verwendete monochromatische Licht λ .

In den vorliegenden Versuchen war $l_2 - l_1$ die Längenänderung von:

1. Quarzring minus Quarzplättchen,

2. Quarzring minus (Goldzylinder + Quarzplättchen).

Die beiden, natürlich getrennten, Messreihen ergaben im Falle 1 die Längenänderung des Quarzes. Länge bei 18° ; $l_{18} = 8.505$ mm. Im Falle 2 die Differenz der Längenänderungen von Quarz und Gold:

$$l_{18} \text{ Quarz} = 8.505 \text{ mm}$$

$$l_{18} \text{ Gold} = 8.460 \text{ „}$$

Das Quarzplättchen musste verwendet werden, weil die Oberfläche des Goldzylinders ungenügend spiegelte. l_1 bedeutet die Länge bei Zimmertemperatur. Da nun letztere nie genau 18° betrug, so musste noch eine kleine Korrektur an $l_2 - l_1$ angebracht werden, um die Differenz:

$$\text{Länge bei } t^\circ - \text{Länge bei } 18^\circ = l_t - l_{18}$$

zu erhalten. Diese Korrektur, aus provisorischen Ausdehnungswerten mit genügender Genauigkeit abgeleitet, betrug im Maximum 0.4 halbe Wellenlängen.

Die Grösse z wurde durch Zählung der Interferenzstreifen, die an der kleinen kreisförmigen Marke der Deckplatte vorbeiwanderten, und durch mikrometrische Ausmessung der Intervall-Bruchteile gewonnen. Die Bestimmung der Zahl der vorbeigewanderten Streifen, nach der Methode von Abbé, d. h. durch Messung der Streifenbruchteile in verschiedenen Farben, war hier, wegen des grossen Verschiebungsintervalles, zu unsicher.

Die Deckplattenmarke wird von 2 Interferenzstreifen eingeschlossen. Die Lage dieser beiden Streifen, und diejenige der Marke selbst, wurden durch Einstellung des Doppelfadens und Ablesung an der Trommelteilung festgestellt. Zur Erzielung grösserer Genauigkeit werden gewöhnlich noch mehrere benachbarte Streifen festgelegt. Von diesem Verfahren wurde hier Abstand genommen, indem besonders bei höheren Temperaturen das Interferenzbild nicht die nötige Stabilität besass, um längere Messungen zu rechtfertigen. Durch die Art der Erwärmung (Heizung des elektr. Ofens mit städt. Wechselstrom) war in der Regel die Lage des Interferenzbildes langsam veränderlich (z. B. 1 Intervall pro $\frac{1}{2}$ St.), so dass die beiden Streifen in verschiedenen Stellungen zur Marke gemessen wurden. Diese Einzelbeobachtungen konnten, da sie in engen Temperaturgrenzen vorgenommen wurden, auf eine mittlere Temperatur reduziert werden. Die Abweichungen vom Mittel ergeben unmittelbar ein Bild von der Genauigkeit, die bei dieser Art der Mikrometrierung resultierte. Aus den Beobachtungen am Quarz ergab sich im Mittel ein Fehler ± 0.03 Streifenbreiten. Als Beispiel für die Berechnungen der Längenänderungen sind die Versuchsdaten einer Mess-Serie in Tabelle 1 in extenso gegeben.

Temperaturmessung.

Die Temperaturmessung wurde vorgenommen mit dem bereits erwähnten Platin-Quarzglas thermometer mit einfacher Zuleitung zur Pt-Spiralé.¹⁾ Die Widerstandsmessungen geschahen mit einer grossdimensionierten Elliot-Brücke mit 4 Dekaden. Kaliberfehler und mittlerer Temperaturkoeffizient waren bekannt. Als 0-Instrument diente das Galvanometer von Hartmann & Braun mit 6 Ω Widerstand. Das Thermometer war dem Verfasser von anderen Messungen her bekannt.

Es wurde angeschlossen bei:

0°, 100° und 444.51 (Schwefelsiedepunkt).

Die Eichung, die nicht näher beschrieben werden soll, wurde nach den in der Literatur niedergelegten Gesichtspunkten (vergl. z. B. E. König und F. Buchmüller: Über die Etalonierung von Widerstands-

¹⁾ Widerstand bei 0° 25 Ω .

thermometern und Thermoelementen des Eidg. Amtes für Mass und Gewicht)¹⁾ ausgeführt. Selbstredend wurden nur die Punkte berücksichtigt, die bei der vorliegenden, kleineren Genauigkeit in Frage kamen. Eine Bestimmung des Naphtalinsiedepunktes nach Beendigung sämtlicher Messungen ergab eine Differenz von weniger als $1/10^\circ$ zwischen Beobachtung und Rechnung.

Lage und Grösse des Thermometers ist aus Tafel II ersichtlich. Die Spirale desselben war nahezu in Kontakt mit dem Tischchen. Verschiebungen von 2–3 cm in der Vertikalrichtung ergaben genügende Temperaturkonstanz. Radiäre Temperaturgradienten bewirken eine Krümmung der Streifen des Interferenzsystems, das zwischen Deckplatte und Grundplatte des Tischchens auftritt. Gerade Streifen mit konstant bleibendem Abstand sind ein Kriterium für die gleichförmige Temperatur des Tischchens. In den Versuchen waren diese Bedingungen hinreichend erfüllt.

Wie weit bei zeitlich variabler Temperatur das Thermometer die Temperatur des Quarz-Tischchens richtig zeigte, konnte folgendermassen geschätzt werden (vergl. S. Valentiner und J. Wallot²⁾): ϑ_v sei eine Temperatur, gemessen während des Anwärmens, $\frac{d\vartheta_v}{dt}$ der entsprechende Anstieg, s die Streifenverschiebung. Aus der Kurve der Messungen bei stationärem Zustand suchte man die Temperatur ϑ_s , die in diesem Fall der Streifenverschiebung s entsprach. Nimmt man an, dass $\vartheta_v - \vartheta_s = K \cdot \frac{d\vartheta_v}{dt}$, so kann aus dem so bestimmten K die Differenz $\vartheta_v - \vartheta_s$ für andere Werte von $\frac{d\vartheta_v}{dt}$ erhalten werden. K war in den vorliegenden Versuchen ca. 2–3. Ist also der Temperaturgang während einer Messung z. B. 0.3° in 10 Minuten so ist $\vartheta_v - \vartheta_s$ ca. $0.06 - 0.09^\circ$. Meistens lagen die Verhältnisse günstiger wegen der oscillatorischen Annäherung an die Messtemperatur.

Geeicht war das Thermometer so, dass die inneren Zuleitungen sich beinahe in der ganzen Länge auf der Temperatur der Pt-Spirale befanden. Im Dilatometerofen ragte dasselbe jedoch etwas mehr als $1/4$ der ganzen Länge aus dem Ofen heraus. In besonderen Versuchen wurde die hieraus resultierende Korrektur bestimmt, indem eine eng anliegende Heizspirale angelegt wurde. Die Korrektur betrug bei 540° 0.6° . Mit Ausnahme von 2 Versuchsreihen blieb die Heizspirale mit dem Thermometer verbunden. Die Temperatur in derselben wurde mit einem Pt – Pt-Rhodium Thermoelement mit direkter Temperaturablesung gemessen.

¹⁾ Bern, Stämpfli & Cie. 1912.

²⁾ S. Valentiner und J. Wallot: Über die Abhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten fester Körper von der Temperatur. Ann. Phys. 1915, 46, S. 845.

An den Enden des Ofens herrschte ein Temperaturabfall. Die inneren Zuleitungen des Thermometers waren deshalb auch im Ofen nicht auf gleicher Temperatur. Für die Bestimmung der letzteren entstand hieraus ein weiterer Fehler von schätzungsweise $\frac{1}{10}^\circ$ bei 500° .

Unter Berücksichtigung der genannten Fehlerquellen, und bei Annahme einer Eichungsunsicherheit von $0,2^\circ$, ist die höchst beobachtete Temperatur auf ca. $\pm 0.2^\circ$ bestimmt.

Gang eines Versuches.

Die Ablesungen wurden nach folgendem Schema vorgenommen:

| | | |
|--------------------|---|-----------------------|
| Zeitbestimmung | } | bei Zimmertemperatur. |
| Widerstandsmessung | | |
| Mikrometrierung | | |
| Widerstandsmessung | | |
| Zeitbestimmung | | |
| Barometerstand | | |

Einschalten des Heizstromes (städt. Wechselstrom).

Zählung der vorbeiwandernden Streifen in einer Spektralfarbe und Zeitregistrierung des Streifendurchgangs durch die Marke (gelegentlich auch Widerstandsmessung).

Nachdem durch geeignetes Regulieren des Heizstromes die gewünschte Temperatur erreicht war, resp. nur noch eine minimale Verschiebung des Interferenzbildes stattfand, wurde eine analoge Beobachtungsreihe wie bei Zimmertemperatur vorgenommen, und dieselbe in angemessenen Zeitintervallen 3 bis 4 mal wiederholt. Mit provisorischen Werten für die Ausdehnung konnten diese Einzelbeobachtungen auf eine mittlere, ganzzahlige Temperatur umgerechnet werden, durch Mittelbildung entstanden so die Wertepaare in Tabelle 2.

Als Lichtquelle diente, mit einer Ausnahme, eine Heliumröhre.

Verwendet wurde die gelbe Linie (λ vacuum = 0.58773μ)

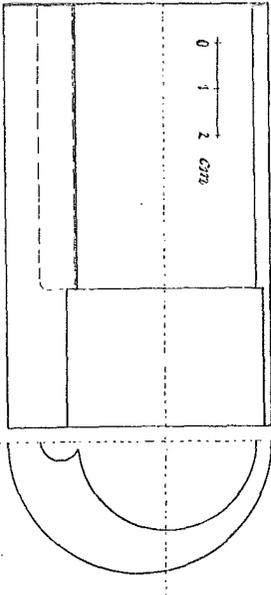
„ rote „ („ = 0.66800μ)

„ grüne „ („ = 0.50171μ)

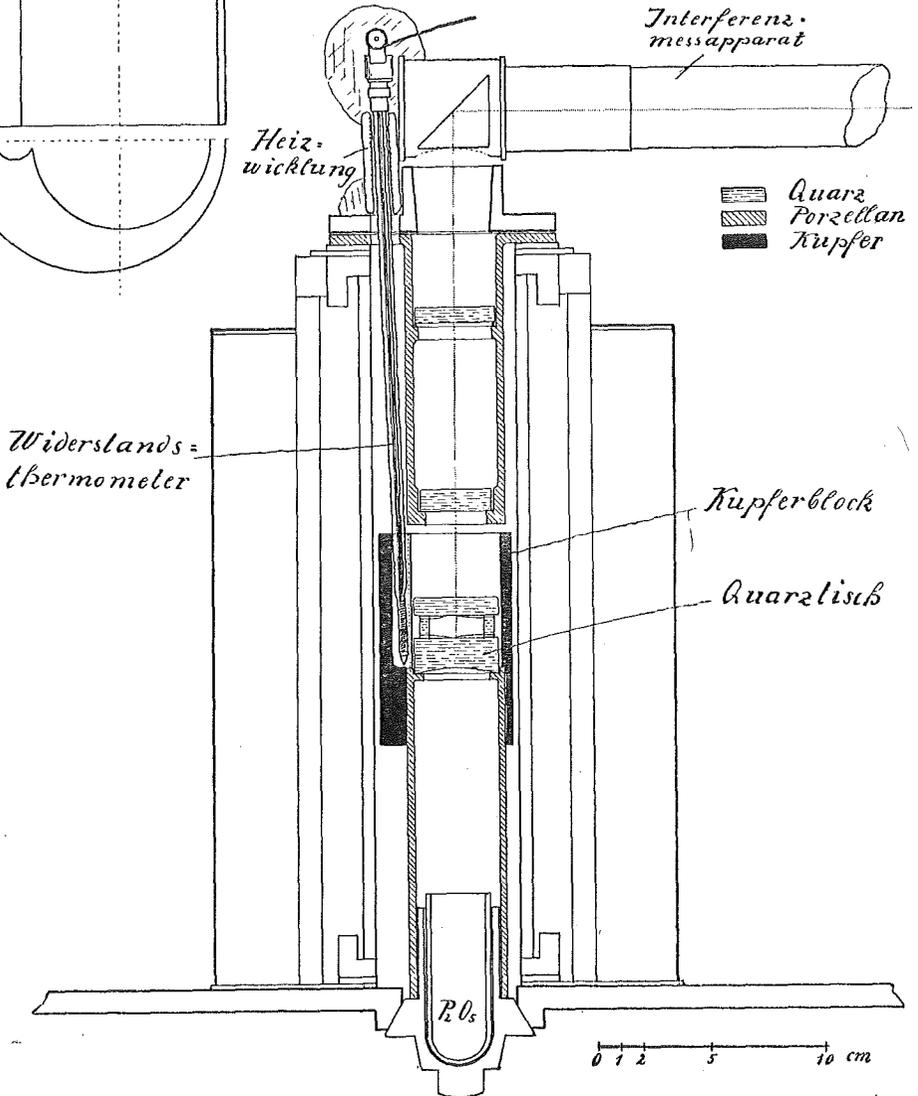
Die meisten Messungen wurden mit der grünen Linie vorgenommen. Gleichzeitige Beobachtungen in 2 Farben gaben keine Unterschiede systematischer Art. Eine Beobachtungsreihe mit 2 bis 3 Temperaturstufen dauerte 8—10 Stunden, anfänglich mehr. Das Weitere ist aus Tabelle 1 und 2 ersichtlich.

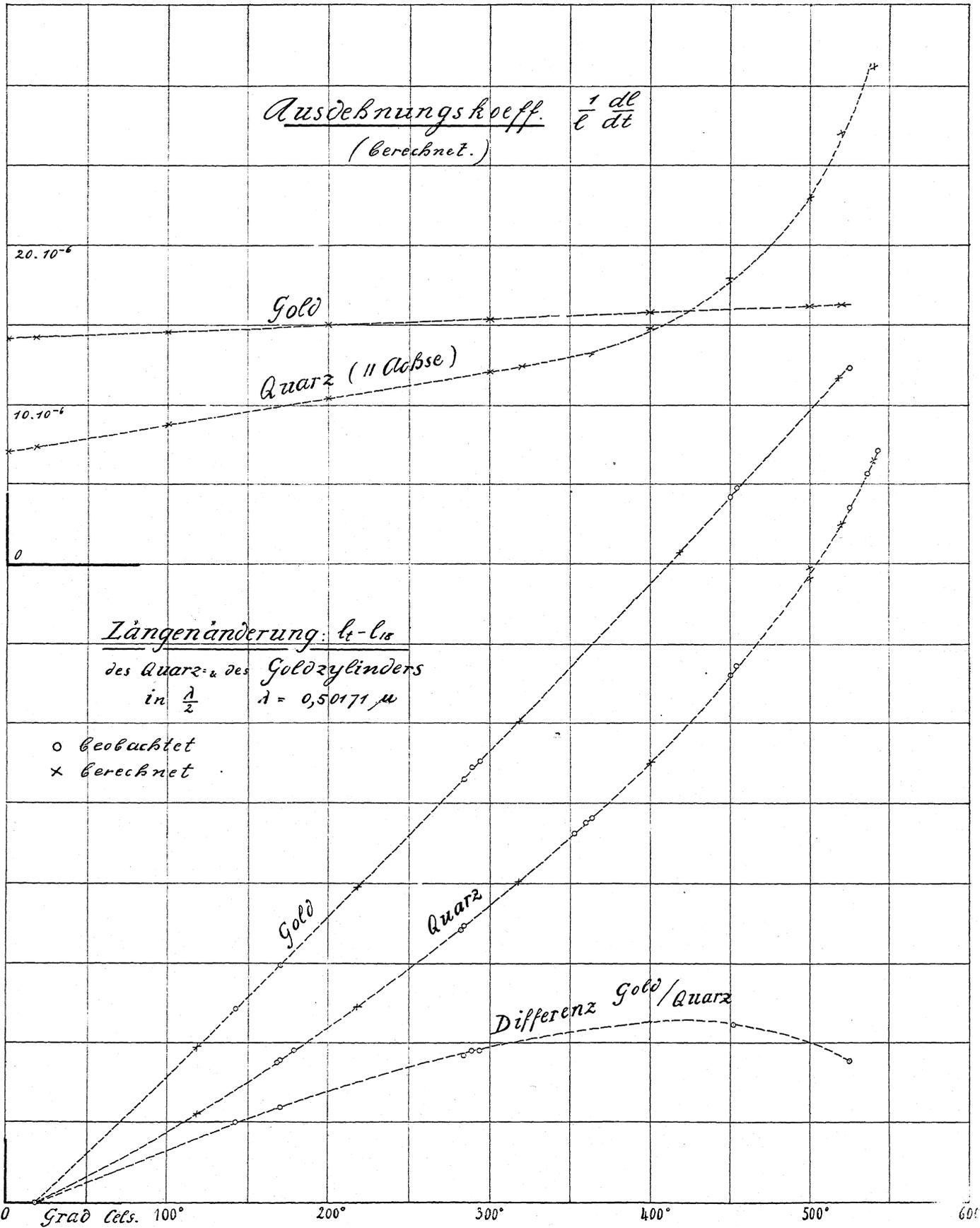
Die Luft im Ofen wurde gelegentlich beim Öffnen desselben erneuert. Eine P_2-O_5 -Röhre sorgte für Trockenheit. Sowohl die Deckplatte wie das Quarzplättchen waren nicht belastet. Letztere Massregel, die von einigen Autoren vorgeschlagen wird, war hier wegen der

Kupferblock



Heizvorrichtung des Dilatometers.





grossen Stabilität der Anordnung und der langsamen und gleichförmigen Erwärmung weniger von Bedeutung.

3. Resultate.

Quarz.

Die Längenänderung des untersuchten Quarzes lässt sich bis ca. 360° durch eine quadratische Funktion der Temperatur darstellen. Die Koeffizienten der Formel wurden durch Ausgleichsrechnung bestimmt (Tabelle 3). Oberhalb dieser Temperatur beginnt die Krümmung der Längenänderungskurve wiederum zu wachsen (Tafel III). In diesem Temperaturbereich werden die beobachteten Verlängerungen selbst durch Funktionen dritten und vierten Grades der Temperatur, nur ungenügend gegeben. Zur Berechnung der Ausdehnungskoeffizienten diene schliesslich eine Gleichung dritten Grades (gültig zw. 360 und 450°) und eine solche zweiten Grades (gültig zw. 500 und 540°). Der Verlauf des linearen Ausdehnungskoeffizienten $\frac{1}{l} \cdot \frac{dl}{dt}$ ist ersichtlich aus Tabelle 3 und Tafel III. Der starke Anstieg der Ausdehnung ist zuerst von le Chatelier¹⁾ untersucht worden. Er mass mit Hilfe einer photographischen Methode die Ausdehnung des kristallisierten Quarzes und quarzhaltiger Mineralien, beobachtete bei ca. 570° eine sprunghafte Längenänderung der untersuchten Stäbe und schreibt hierüber:

„Toutes les expériences indiquent donc, d'une façon incontestable, un accroissement considérable de la dilatation entre 480 et 570°“ usw. Und: „On rencontre dans ces expériences de serieuses difficultés résultant des fissures qui se produisent dans le quartz vers 600° et amènent souvent la rupture complète des échantillons“.

Später wurde das Eintreten dieser kritischen Temperatur mehrfach konstatiert²⁾ und zu ca. 570° angegeben. Im vorliegenden Falle wurden ca. 575° gefunden. Versuche, diese Temperatur zu überschreiten, führten trotz sehr langsamen Anheizens zur Zertrümmerung der Bodenplatte des Quarztischchens.

Im folgenden ist die erwähnte von 0 bis 360° gültige Formel für die Längenänderung des Quarzes || der Achse mit Resultaten anderer Autoren zusammengestellt:

| Autor | $l - l_0 / l_0$ | Bereich |
|-----------|---|---------|
| Fizeau | $(7.10 + 0.00885 \cdot t) \cdot 10^{-6} \cdot t$ | |
| Benoit | $(7.1614 + 0.00801 \cdot t) \cdot 10^{-6} \cdot t$ | 0—80 |
| Reimerdes | $(6.925 + 0.00819 \cdot t) \cdot 10^{-6} \cdot t$ | 5—230 |
| Scheel | $(7.144 + 0.00815 \cdot t) \cdot 10^{-6} \cdot t$ | ZT—100 |
| Verfasser | $(7.067 + 0.00836_2 \cdot t) \cdot 10^{-6} \cdot t$ | 18°—360 |

¹⁾ H. Le Chatelier: Sur la dilatation du quartz. C. R. 1889, 108, 1046.

²⁾ Vergl.: R. v. Sahmen und G. Tammann. Ann. Phys. 1903, 10, 879. Ferner die Zusammenfassung von M. Herschkowitsch, Jena. Chemisch-Technisches über Quarzglas, Handbuch der Mineralogie, Band II, Heft 2, 1913.

Gold.

Aus den Absolut- und Relativmessungen in Tabelle 2 wurden durch Interpolation auf gleiche Temperatur und Addition der so erhaltenen Grössen, die Längenänderungen des Goldzylinders bestimmt. Die ebenfalls durch Ausgleichsrechnung gewonnene quadrat. Formel gilt für das Intervall 0 bis 520°. Nachfolgend eine Vergleichung mit Resultaten anderer Autoren:

| | $\frac{1}{l} \frac{dl}{dt} (t = 18^\circ)$ | $\frac{l_{100} - l_{17}}{l_0 \cdot 83}$ |
|------------|--|---|
| Mathiessen | $13.98 \cdot 10^{-6}$ | 14.89 |
| Voigt | 13.85 · " | — |
| Grüneisen | 14.1 · " | 14.31 |
| Verfasser | 14.23 · " | 14.41 |

Die Werte bei Mathiessen und Voigt sind aus Landolt Börnstein, vierte Auflage, berechnet, diejenigen von Grüneisen einer Arbeit¹⁾ entnommen.

Grüneisen²⁾ hat für die Volumenzunahme zwischen 0 und T° abs. folgenden Ausdruck gefunden:

$$v_T - v_0 = v_0 \cdot \frac{E}{Q_0 - aE}$$

$$\text{Es ist} \quad E = \frac{3R}{2} \left\{ \frac{\beta v}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} + \frac{\beta v/2}{e^{\frac{\beta v}{2T}} - 1} \right\}$$

der Nernst-Lindemannsche Wert für den Wärmeinhalt des Grammatoms,

$$Q_0 = \left\{ \frac{c_v}{\frac{1}{v} \frac{dv}{dT}} \right\}_{T=0} \quad \begin{array}{l} \text{Grenzwert des Quotienten spez.} \\ \text{Wärme/Ausdehnungskoeffizient} \\ \text{für } T = 0, \end{array}$$

a eine kleine Zahl zirka 2 bis 5.

Um diese Gleichung hier verwenden zu können, ist eine kleine Umformung nötig:

$$\text{Es ist} \quad \frac{l_T - l_{273}}{l_{273}} = \sqrt[3]{\frac{1 + \frac{E_T}{Q_0 - aE_T}}{1 + \frac{E_{273}}{Q_0 - aE_{273}}}} - 1,$$

wo l_T eine Länge bei T° abs. bedeutet. Grüneisen³⁾ gibt für Gold: $Q_0 = 1.50 \cdot 10^5$ gr-cal. Setzt man ferner $\beta v = 1.7 \cdot 10^2$ (Grüneisen $1.8 \cdot 10^2$)

¹⁾ E. Grüneisen: Über die thermische Ausdehnung der Metalle. Ann. Phys. 1910, 33, 33.

²⁾ E. Grüneisen: Theorie des festen Zustandes einatomiger Elemente. Ann. Phys. 1912, 39, 257.

³⁾ E. Grüneisen: l. c.

und $a = 4.2$, so ist die Übereinstimmung dieser theoretischen Beziehung und der empirischen Gleichung evident, wie folgende Tabelle zeigt.

| T | $\frac{l_T - l_{273}}{l_{273}}$ | $\frac{l_T - l_{273}}{l_{273}}$ | $\frac{l_T - l_{273}}{l_{273}}$ |
|-----|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| | ber. | empirisch | Näherung |
| 273 | 0 | 0 | 0 |
| 373 | $1.42 \cdot 10^{-3}$ | $1.44 \cdot 10^{-3}$ | $1.3 \cdot 10^{-3}$ |
| 473 | 2.88 . " | 2.91 . " | 2.6 . " |
| 573 | 4.40 . " | 4.44 . " | 4.0 . " |
| 673 | 5.97 . " | 6.00 . " | 5.3 . " |
| 773 | 7.60 . " | 7.59 . " | 6.6 . " |

Durch geeignete Wahl der noch nicht völlig festgelegten Grössen βv und a (vergl. Berechnung bei Grüneisen *l. c.*) kann allerdings die Formel an die Versuche angepasst werden. Trotzdem ist die Übereinstimmung keineswegs von vorneherein erreichbar. $a E_T$ ist bei nicht zu hohen Temperaturen gegenüber Q_0 klein, d. h. für eine angenäherte Überschlagsrechnung zu vernachlässigen. E_T ist schon bei mässig hohen Temperaturen mit ähnlicher Näherung gleich $3 RT$. ($R = \text{Gaskonstante} = 1.984 \text{ g.-cal./grad.}$) Unter Berücksichtigung dieser Vernachlässigungen ergibt sich:

$$\frac{l_T - l_{273}}{l_{273}} = \frac{R}{Q_0} (T - 273) = \frac{3\alpha_0}{c_{v0}} \cdot R (T - 273).$$

Die Werte aus dieser Gleichung sind in der Tabelle unter „Näherung“ eingetragen. Die Ausdehnung ist also ganz wesentlich durch Q_0 bestimmt. Q_0 selbst wird experimentell aus dem Verlauf von $\frac{1}{v} \frac{dv}{dT}$ u. c_v bei tiefen Temperaturen gefunden.

4. Zusammenfassung.

Die thermische Ausdehnung des kristallisierten Quarzes, parallel zur Achse, lässt sich innerhalb der vorliegenden Messgenauigkeit im Bereich 0 bis ca. 360° , durch eine quadratische Funktion der Temperatur darstellen. Der Ausdehnungskoeffizient wächst in diesem Gebiet linear und stark mit wachsender Temperatur. Zwischen 400 und 500° beginnt der Koeffizient noch bedeutend grösser zu werden. Bei ca. 570° tritt, wie le Chatelier¹⁾ zuerst genauer konstatierte, in vielen Fällen eine Zertrümmerung des Kristalls ein.

Die Längenänderung des Goldes wird zwischen 0 und 520° durch eine quadratische Funktion in t dargestellt. Der Ausdehnungskoeffizient ist nur sehr wenig von der Temperatur abhängig. Die Grüneisensche Formel für die Ausdehnung schliesst sich den Beobachtungen gut an.

¹⁾ Le Chatelier: l. c.

Tabelle 1.

Datum: 2. 3. 15.

Mess-Serie am Quarz. Verschiebung des Interferenzbildes, gemessen an der grünen Heliumlinie $\lambda_{vac} = 0.50171 \mu$.

| Zeit | Widerstand unkorrr. | t_w | Widerstand korrr. | Temperatur t | Intervall Bruchteile | Streifen | Bar. red. | $(n_t - 1) \cdot 10^4$ | l_t Näherung in mm | $(n_t - 1) \cdot l_t$ in $\lambda/2$ | $l_t - l_{18}$ in $\lambda/2$ |
|--------------------------|---------------------|-------|-------------------|----------------|----------------------|----------|-----------|------------------------|----------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| 8 ^h 20 a. m. | 26.806 | 17.1 | 26.778 | 18.63 | 0.36 | | 719.9 | 2.610 | 8.505 | 8.85 | + 0.16 |
| 11 ^h 40 " | 51.101 | 17.8 | 51.074 | 282.50 | 0.45 | 81 | 721.6 | 1.372 | 8.525 | 4.66 | 85.44 |
| 52 " | 51.066 | 17.9 | 51.039 | 282.11 | 0.26 | 0 | 721.8 | 1.374 | 8.525 | 4.67 | 85.24 |
| 12 ^h 05 p. m. | 51.048 | 18.0 | 51.021 | 281.90 | 0.11 | 0 | 722.0 | 1.375 | 8.525 | 4.67 | 85.09 |
| 40 " | 51.045 | 18.2 | 51.018 | 281.87 | 0.02 | 0 | 722.1 | 1.375 | 8.525 | 4.67 | 85.00 |
| 2 ^h 59 " | 65.436 | 18.9 | 65.414 | 450.41 | 0.22 | 79 | 722.3 | 1.054 | 8.545 | 3.59 | 165.28 |
| 3 ^h 9 " | 65.445 | 19.0 | 65.423 | 450.52 | 0.27 | 0 | 722.3 | 1.054 | 8.545 | 3.59 | 165.33 |
| 17 " | 65.450 | 19.0 | 65.428 | 450.58 | 0.25 | 0 | 722.4 | 1.054 | 8.545 | 3.59 | 165.31 |
| 26 " | 65.451 | 19.1 | 65.429 | 450.59 | 0.26 | 0 | 722.4 | 1.054 | 8.545 | 3.59 | 165.32 |
| 4 ^h 56 " | 72.384 | 19.7 | 72.362 | 535.67 | 0.27 | 62 | 722.7 | 0.944 | 8.561 | 3.22 | 227.70 |
| 5 ^h 9 " | 72.325 | 19.8 | 72.303 | 534.94 | 0.49 | -1 | 722.7 | 0.945 | 8.561 | 3.23 | 226.91 |
| 19 " | 72.309 | 19.8 | 72.287 | 534.74 | 0.18 | 0 | 722.8 | 0.945 | 8.561 | 3.23 | 226.60 |
| 29 " | 72.326 | 19.9 | 72.304 | 534.95 | 0.42 | 0 | 722.9 | 0.945 | 8.561 | 3.23 | 226.84 |
| 40 " | 72.336 | 19.9 | 72.316 | 535.10 | 0.48 | 0 | 722.9 | 0.945 | 8.561 | 3.23 | 226.90 |

| | | | |
|---------------|---------------------|--------|------------------------|
| Beispiel: | Streifen: | 221.00 | Luftdichte Korrr. 8.85 |
| Temp. 534,95. | Bruchteil: | 0.42 | " - 3.23 |
| | | 221.42 | + 5.62 |
| | - Bruchteil | 0.36 | |
| | | 221.06 | |
| | + Luftdichte korrr. | 5.62 | |
| | Korr. auf 18° | 0.16 | |
| | | 226.84 | |

Zur Berechnung von n_t wird die Gültigkeit der Formel:

$$n_t - 1 = 0.00029437 \frac{p}{760} \frac{1}{1 + 0.00367 \cdot t}$$

für die grüne Heliumlinie in Luft angenommen.

Die Korrektur des Widerstandes setzt sich aus:

Temperatur-Korrektur

Kaliber-

Äusserer Zuleitungskorr.

zusammen.

Tabelle 2.
Quarzausdehnung
 $l - l_{18}$ in $\lambda/2$; $\lambda = 0.50171 \mu$

| Datum | t | $l - l_{18}$ |
|-----------------------------------|-------|--------------------------------|
| 15./16. 12. 14 | 168.0 | 43.75 \pm 0.02 |
| 21. 12. 14 | 168.0 | 44.10 \pm 0,00 ₅ |
| 24. 2. 15 | 170.0 | 44.50 \pm 0.01 |
| " | 179.0 | 47.71 |
| 1. 3. 15 | 284.0 | 86.63 \pm 0.03 ₄ |
| 2. 3. 15 | 282.0 | 85.15 \pm 0.03 |
| 15./16. 12. 14 | 364.0 | 120.17 \pm 0.05 |
| 21. 12. 14 | 360.0 | 118.96 \pm 0.03 |
| 24. 2. 15 | 353.0 | 115.49 \pm 0.01 ₅ |
| 1. 3. 15 | 454.0 | 168.02 \pm 0.06 ₅ |
| 2. 3. 15 | 450.0 | 165.00 \pm 0.02 |
| 25. 12. 14 | 525.0 | 217.11 \pm 0.02 |
| 15./16. 12. 14 } u. 2. 3. 15 } | 536.0 | 228.03 \pm 0.07 |
| 21. 12. 14 | 543.0 | 235.47 \pm 0.02 |

Relativ Ausdehnung Quarz/Gold

$l - l_{18}$ in $\lambda/2$

| Datum | t | $l - l_{18}$ |
|------------------------------|-------|-------------------------------|
| 9. 12. 14 | 142.0 | 25.01 \pm 0.06 |
| 19. 2. 15 | 170.0 | 29.72 \pm 0.00 ₅ |
| 4. 3. 15 | 284.0 | 45.83 \pm 0.00 ₄ |
| 6. 3. 15 | 289.0 | 47.55 \pm 0.03 |
| 9. 12. 14 | 294.0 | 47.47 |
| 4. 3. 15 | 452.0 | 55.56 \pm 0.03 |
| 6 3. 15 | 452.0 | 55.95 \pm 0.02 |
| 8. 12. 14 u. } 4. 3. 15 } | 525.0 | 44.35 \pm 0.03 |

Goldausdehnung (ber.)

$l - l_{18}$ in $\lambda/2$

| t | $l - l_{18}$ |
|-------|--------------|
| 142.0 | 60.34 |
| 170.0 | 74.23 |
| 284.0 | 132.33 |
| 289.0 | 136.06 |
| 294.0 | 138.00 |
| 450.0 | 220.89 |
| 454.0 | 223.64 |
| 525.0 | 261.46 |

Tabelle 3.
Quarz.

| t | $l - l_{18}$ in $\lambda/2$ | I beob.-ber. | II beob.-ber. | III beob.-ber. | t | $\frac{1}{t} \frac{dl}{dt}$ ber. | |
|-------|--------------------------------|-----------------|---|-------------------|-----|----------------------------------|----------|
| 18.0 | 0 | 0 | | | 0 | $7.07 \cdot 10^{-6}$ | |
| 168.0 | 43.75 | -0.10 | Die — Striche geben die Werte an, die zur Berechnung der betreffenden Formel dienten. | | 18 | 7.37 · " | |
| 168.0 | 44.10 | 0.25 | | | 100 | 8.73 · " | |
| 170.0 | 44.50 | -0.02 | | | 200 | 10.39 · " | |
| 179.0 | 47.71 | 0.14 | | | 300 | 12.05 · " | |
| 284.0 | 86.63 | 0.14 | | | 400 | 14.7 · " | |
| 282.0 | 85.15 | -0.55 | | | 500 | 22.9 · " | |
| 364.0 | 120.17 | -0.19 | | | — | 520 | 27.0 · " |
| 360.0 | 118.96 | 0.38 | | | | 540 | 31.1 · " |
| 353.0 | 115.49 | 0.01 | | | | | |
| 450.0 | 165.00 | | | | — | | |
| 454.0 | 168.02 | | 0.56 | | | | |
| 525.0 | 217.11 | | -1.53 | | | | |
| 536.0 | 228.03 | | — | | | | |
| 543.0 | 235.47 | | 1.23 | | | | |

I. $l - l_{18} = 0.24978 (t - 18) + 0.0002835 (t - 18)^2$

II. $l - l_{18} = 120.36 + 0.4459 (t - 364) + 6.550 \cdot 10^{-4} \cdot (t - 364)^2 + 2.278 \cdot 10^{-6} \cdot (t - 364)^3$

III. $l - l_{18} = 165.00 + 0.4326 (t - 450) + 0.003495 \cdot (t - 450)^2$
gemessen in $\lambda/2$

I. gültig zwischen 18—360°; II: 364—450; III: ca. 500—540°.

Gold.

| t | $l - l_{18}$ in $\lambda/2$ | IV beob. — ber. | t | berechnet $\frac{1}{t} \frac{dl}{dt}$ |
|-------|--------------------------------|--------------------|-----|--|
| 18 0 | 0 | 0 | 0 | $14,16 \cdot 10^{-6}$ |
| 142.0 | 60.34 | -0.29 | 18 | 14,23 · " |
| 170.0 | 74.23 | -0.39 | 100 | 14,57 · " |
| 284 0 | 132.33 | -0.46 | 200 | 14,97 · " |
| 289.0 | 136.06 | +0.67 | 300 | 15,38 · " |
| 294.0 | 138.00 | +0.02 | 400 | 15,78 · " |
| 450.0 | 220.89 | +0.03 | 500 | 16,18 · " |
| 454.0 | 223.64 | +0.61 | 520 | 16,26 · " |
| 525.0 | 261.46 | -0.50 | | |

IV. $l - l_{18} = 0.47993 (t - 18) + 0.00007249 (t - 18)^2$ in $\lambda/2$

Bereich 18—520°

Die endgültigen Formeln lauten:

| Bereich | $10^6 \cdot \frac{l - l_0}{l_0} =$ |
|---------------|---|
| Quarz. | |
| 0—360 | $7.067 \cdot t + 0,008362 \cdot t^2$ |
| 360—450 | $3628 + 13.00 (t - 360) + 0.01852 (t - 360)^2 + 0.00006721 (t - 360)^3$ |
| 500—540 | $5893 + 23.07 (t - 500) + 0.1031 (t - 500)^2$ |
| Gold. | |
| 0—520 | $14.157 \cdot t + 0.002150 \cdot t^2$ |