

# Klassisches Chaos und Quantentransport

## Experimente an Halbleiter-Nanostrukturen<sup>1</sup>

Klaus Ensslin, Zürich

### Zusammenfassung

Heutige Halbleiter-Bauelemente basieren auf dem diffusiven Transport von Ladungsträgern. Ein Elektron wird typischerweise an vielen Störstellen gestreut, während es durch einen Transistor hindurch transportiert wird. Moderne Halbleiter sind so rein und haben so kleine laterale Abmessungen, dass Elektronen ballistisch wie eine Billardkugel durch das System hindurchlaufen können. In diesem Artikel behandeln wir sogenannte Antidot-Übergitter, in denen ballistische Elektronen durch ein periodisches Potential sausen. Der Widerstand eines solchen Halbleiterelements zeigt als Funktion des Magnetfelds ausgeprägte Maxima, die auftreten, wenn der klassische Zyklotron-Durchmesser kommensurabel mit der Gitterperiode ist. So erhält man Informationen über den klassischen Phasenraum eines Teilchens sowie über dessen chaotische und reguläre Anteile. Bei tiefen Temperaturen wird die quantenmechanische Phase der Elektronen wichtig, und die klassischen Widerstands-Oszillationen werden von quantenmechanischen reproduzierbaren Fluktuationen überlagert.

### *Classical Chaos and Quantum Transport: Experiments on Semiconductor Nanostructures*

*Today's semiconductor devices function on the basis of diffusive carrier transport. An electron is scattered at many impurities as it travels through a transistor. Modern semiconductors can be made so clean and may have such small lateral dimensions, that electrons can move ballistically like billiard balls through the system. In this publication we present experimental results on so-called antidot superlattices where electrons travel ballistically through a periodic potential. The electrical resistance of such small semiconductors reveals pronounced maxima as a function of magnetic field occurring for cyclotron diameters that are commensurate with the lattice period. This gives information on the classical phase space of a particle as well as its chaotic and regular contributions. At low temperatures the quantum mechanical phase of the electrons becomes important and reproducible fluctuations are superimposed on the classical resistance oscillations.*

## 1 EINLEITUNG

Im Gegensatz zu Metallen und Isolatoren lässt sich die Leitfähigkeit von Halbleitern über nahezu zwanzig Größenordnungen variieren. Normalerweise geschieht dies durch den gezielten Einsatz von Dotierung<sup>2</sup>. In speziellen modernen Halbleitern, sogenannte zweidimensionale Elektronengase (2DEG)<sup>3</sup>, bewegen sich Elektronen nahezu frei entlang einer Grenzfläche, die von zwei verschiedenen aufeinander gewachsenen Halbleitermaterialien definiert wird. Die Beweg-

lichkeit der Ladungsträger entlang dieser Grenzschicht ist extrem hoch, und es können mittlere freie Weglängen im Bereich von 100  $\mu\text{m}$  bei tiefen Temperaturen erzielt werden. Dies entspricht den Werten, die man bei ultrareinem Kupfer ebenfalls bei tiefen Temperaturen experimentell beobachtet. Die laterale Ausdehnung eines solchen 2DEG kann mit den Mitteln der Halbleiter-Strukturierung (Lithographie, Ätzen) gezielt präpariert werden. Für Systeme, die wesentlich kleiner sind als die mittlere freie Weglänge dieser Elektronen,

<sup>1</sup> Nach der Einführungsvorlesung vom 12. April 1996 an der Abteilung für Mathematik und Physik der ETH Zürich.

<sup>2</sup> Dotieren nennt man die kontrollierte Zugabe von Fremdatomen zu reinem Halbleitermaterial, um Zonen verschiedener Leitfähigkeit zu erzeugen.

<sup>3</sup> Elektronengas heisst in der Festkörperphysik jede statistisch-thermodynamisch beschreibbare Gesamtheit sehr vieler Elektronen (z. B. Gesamtheit der Leitungselektronen in einem Metallstück).

verhalten sich die Ladungsträger ballistisch. Dies ist ein völlig neues Verhalten und ganz anders, als man es von traditionellen Halbleiterbauelementen kennt.

In Abb. 1 sind drei verschiedene Situationen schematisch dargestellt. Es handelt sich jeweils um eine Einschnürung in einer Ebene, durch die Ladungsträger hindurchlaufen. Die Breite der Einschnürung ist hier mit  $W$  gekennzeichnet, die Länge mit  $L$ . Befinden sich viele Störstellen innerhalb dieser Einschnürung, so stösst ein Elektron, das von einem Ende zum anderen Ende hindurchläuft, an viele Störstellen und bewegt sich diffusiv vom Eingang zum Ausgang. Dies ist schematisch in Teil a) der Abbildung dargestellt. Falls der

Abstand zwischen zwei Störstellen und damit die mittlere freie Weglänge grösser wird als die Drahtbreite, so spricht man von einem quasi-ballistischen Regime. Dies ist in Teil b) dargestellt. Im extremen Fall c) ist die mittlere freie Weglänge sogar grösser als die Länge der Einschnürung, und ein Elektron kann sich ballistisch, wie im untersten Teil der Abbildung dargestellt, durch die Einschnürung hindurch bewegen. Elektronen verhalten sich in diesem Fall wie Billardkugeln, die an gezielt aufgebauten Hindernissen gestreut werden, wie Licht an einem Spiegel. Die Ablenkung einer Elektronenbahn erfolgt also nicht statistisch, durch eine zufällige Anordnung von Streupotentialen aufgrund von Imperfektionen, sondern sie kann gezielt gesteuert werden durch Potentialbarrieren, die mittels moderner Fabrikationstechnologien in Form und Grösse massgeschneidert werden.

## 2 PERIODISCHE POTENTIALE

Im folgenden wollen wir uns auf ein ganz spezielles System konzentrieren, in dem ballistischer Elektronentransport zu ausgeprägten Phänomenen führt. In Abb. 2 ist ein periodisches Potential schematisch dargestellt. Periodische Potentiale spielen in der Festkörperphysik eine grosse Rolle. Sie sind Grundlage für die Entstehung einer Bandstruktur, die das elektrische Verhalten von Isolatoren, Halbleitern und

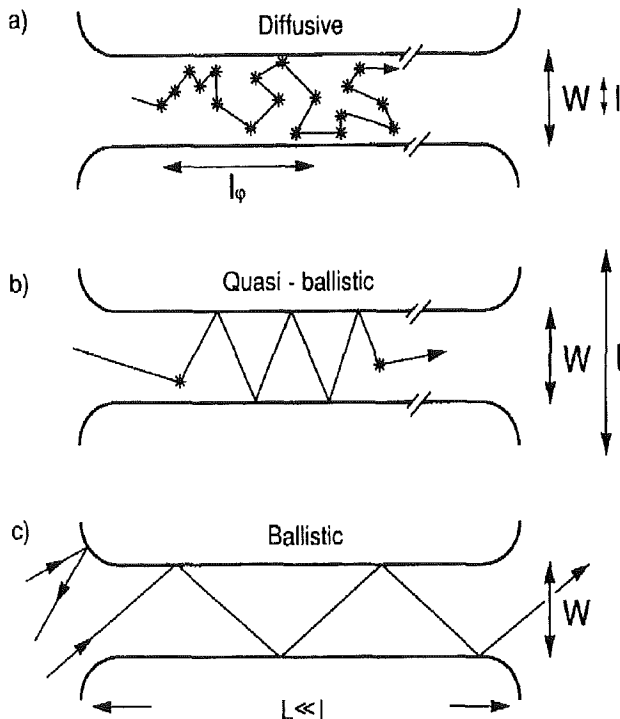


Abb. 1. Drei verschiedene Fälle des Elektronentransports durch eine Einschnürung der Länge  $L$  und der Breite  $W$ . (a) Diffusiver Transport: die mittlere freie Weglänge der Elektronen ist klein gegenüber den Abmessungen der Einschnürung. (b) Quasi-ballistischer Transport: die Elektronen laufen ungestreut von einem Rand zum anderen, stossen aber an Störstellen, bevor sie die Einschnürung verlassen. (c) Ballistischer Transport: die Einschnürung ist praktisch frei von Störstellen, und die Elektronen bewegen sich wie Billardkugeln durch die Einschnürung.

Fig. 1. Three cases of electron transport through a constriction of length  $L$  and width  $W$ . (a) Diffusive transport: the mean free path of the electrons is small compared to the dimensions of the constriction. (b) Quasi-ballistic transport: The electrons can travel freely from one edge to the other. However, they scatter at impurities as they traverse the constriction. (c) Ballistic transport: there are no scattering centers left, the electrons travel like billiard balls through the constriction.

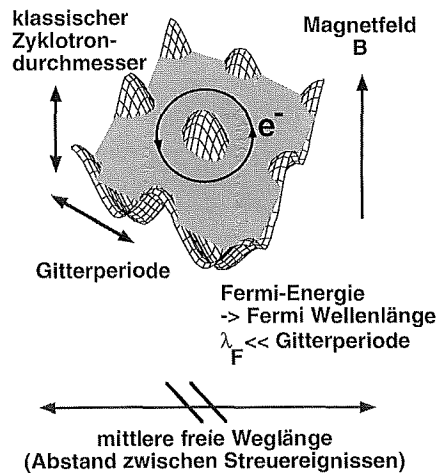


Abb. 2. Schematische Potential-Landschaft in einem Antidot-Übergitter, das stark einem Eierkarton ähnelt. Die Elektronen bewegen sich ballistisch durch dieses Potential mit einer Gesamtenergie, die durch die schraffierte Fläche (Fermienergie) gegeben ist. Die Pfeile markieren die charakteristischen Längenskalen.

Fig. 2. Schematic potential landscape in an antidot superlattice. The electrons move ballistically through this potential with a maximum kinetic energy given by the hatched plane (Fermi energy). The arrows indicate the characteristic length scales.

Metallen erklärt (BLOCH, 1928). Erstaunlicherweise sind die Eigenschaften eines klassischen periodischen Potentials weit weniger gut bekannt.

Um periodische Systeme in Halbleiter-Nanostrukturen näher zu untersuchen, wird ein solches periodisches Potential durch bestimmte Fabrikationstechnologien, auf die wir hier nicht eingehen wollen, auf ein 2DEG aufgeprägt. Die Elektronen bewegen sich also in einer freien Ebene, in der sie eingesperrt sind, um die kreisförmigen repulsiven Potentialberge herum. Die Situation ist ähnlich einem zwei-dimensionalen Schweizerkäse, wobei die Löcher periodisch angeordnet sind. Die Ebene, die in Abb. 2 eingezeichnet ist, markiert die Fermi-Energie und damit die maximale kinetische Energie, die ein Elektron haben kann. Die Potentialberge, auch Antidots genannt, die über die Fermienergie hinausragen, sind klassisch undurchdringlich für die Elektronen. Ein Magnetfeld ist senkrecht zu dieser Ebene und damit zu dieser Potentiallandschaft angelegt. Aufgrund des Magnetfeldes bewegen sich die Elektronen auf gekrümmten Bahnen und können z. B. Kreise beschreiben, wie in der Mitte der Abbildung eingezeichnet. Die Grösse eines solchen Zyklotronkreises hängt von der Grösse des Magnetfeldes ab und kann deshalb sehr präzise durchgestimmt werden. Die Fermi-Energie und damit die Fermi-Wellenlänge bestimmen den quantenmechanischen Charakter des Systems. Im vorliegenden Fall ist die Fermi-Wellenlänge wesentlich kleiner als die Gitterperiode, und das Potential wird daher als ein klassisches System betrachtet. Quantenmechanische Quantisierungseffekte können zunächst vernachlässigt werden. Die mittlere freie Weglänge, d. h. der typische Abstand zwischen zwei Streu-Ereignissen, ist wesentlich grösser als eine Gitterperiode, und deswegen bezeichnen wir unser System als klassisch und ballistisch.

Eine Realisierung eines solchen periodischen Potentials sehen Sie im oberen Teil von Abb. 3. Dargestellt ist eine strukturierte Halbleiteroberfläche, die hier mit einem Rasterkraft-Mikroskop abgefahren wurde. Die Periode in diesem speziellen Fall ist 480 nm. Die Grösse der Antidots, d. h. der schwarzen Punkte in diesem Gitter, sowie ihre Form sind sehr reproduzierbar über grosse Flächen.

### 3 KLASSISCHE KOMMENSURABILITÄTSEFFEKTE

Durch Anbringen von Kontakten und durch Nutzen einer entsprechenden Messelektronik kann der elektrische Widerstand eines solchen Antidotgitters gemessen werden. Eine typische Messkurve für eine Probe ohne Antidots ist im unteren Teil von Abb. 3 (waagrechte gestrichelte Linie) dar-

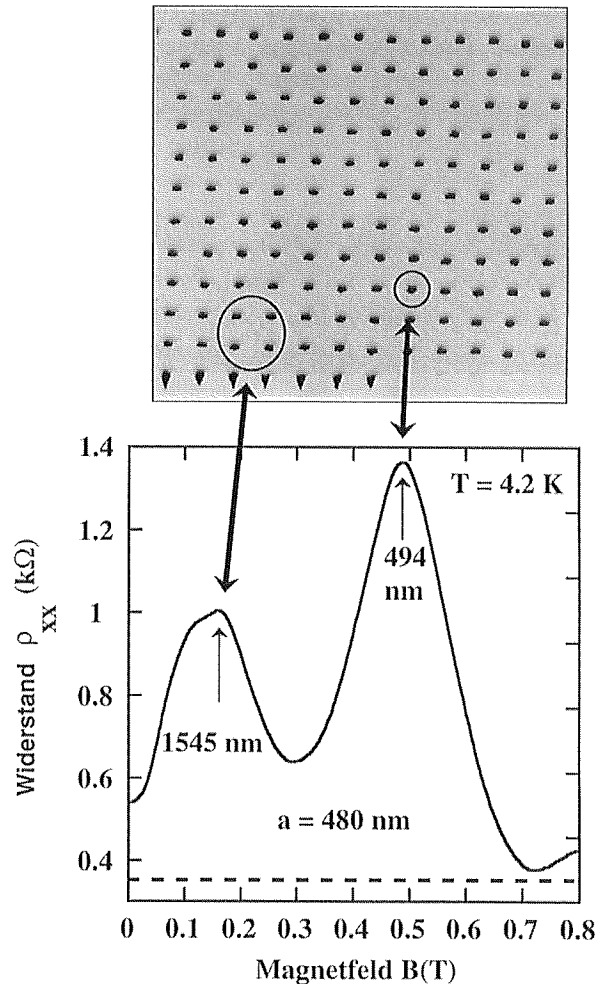


Abb. 3. Rasterkraft-mikroskopische Aufnahme einer GaAs-Oberfläche, die mittels Elektronenstrahl-Lithographie und Nassätzen strukturiert wurde. Im unteren Bild ist eine typische Messkurve für den Magnetowiderstand eines Antidotgitters bei  $T = 4.2 K$  gezeigt. Die Positionen der Maxima können in Zyklotrondurchmesser umgerechnet werden wie angegeben und schematisch im oberen Teil der Abb. eingezeichnet.

Fig. 3. Image taken with an atomic force microscope of a GaAs surface patterned by electron beam lithography and wet etching. In the lower part of the figure a typical magnetoresistance trace obtained from an antidot lattice at  $T = 4.2 K$  is presented. The maxima positions correspond to the cyclotron diameters as indicated schematically in the upper part of the figure.

gestellt. In Anwesenheit der Antidots verändert sich die Messkurve dramatisch. Es erscheinen 2 ausgeprägte Maxima im Widerstand (durchgezogene Linie). Aus der Position eines solchen Maximums lässt sich der zugehörige Zyklotron-Durchmesser berechnen. Die entsprechenden Ergebnisse sind im oberen Teil von Abb. 3 eingezeichnet und mit einem Doppelpfeil mit dem jeweiligen Maximum im Magneto-Wi-

derstand verbunden. Eine naive Interpretation zeigt, dass ein Maximum im Magneto-Widerstand genau dann auftritt, wenn ein Zyklotronkreis um eine Gruppe von Antidots herumfasst. Zum Beispiel entspricht eine Elektronenbahn um einen Antidot dem höheren Maximum bei  $B \approx 0.5$  T (ENSSLIN & PETROFF, 1990; WEISS et al., 1991). Ein Elektron, das vier Antidots umkreist, entspricht dem tieferliegenden Maximum. Was ist der Grund dafür, dass solche ausgeprägten Strukturen im Magneto-Widerstand eines klassisch-periodischen Systems auftreten?

Wir haben bereits diskutiert, dass sich unser System weitgehend klassisch verhält. Deshalb kann die Bewegung eines Elektrons in einem Antidotgitter, wie es schematisch in Abb. 2 dargestellt ist, durch das Lösen der klassischen Bewegungsgleichungen berechnet werden (FLEISCHMANN et al., 1992). Ein typisches Ergebnis für eine solche Rechnung ist in Abb. 4 dargestellt. Die runden Kreise bezeichnen die Äquipotentiallinien, bei denen die Antidots die Fermi-Energie durchstossen. Ein Elektron hat klassisch keine Aufenthaltswahrscheinlichkeit in einem Kreis. Die dicke schwarze Linie zeigt eine typische Bahn eines Elektrons im Magnetfeld in einem solchen Antidotgitter. Wie man aus der Theorie lernt, ist der Phasenraum eines solchen Antidotgitters nahezu vollständig chaotisch. Schon vor über 20 Jahren wurde dies von SINAI (1970) vorhergesagt und findet nun seinen Niederschlag in unseren Experimenten.

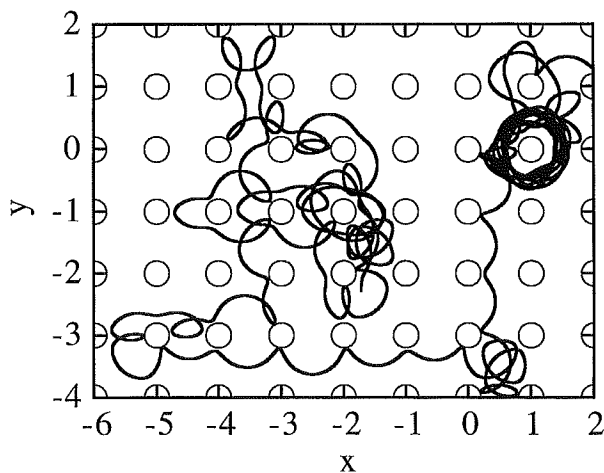


Abb. 4. Gerechnete klassische Elektronentrajektorien für ein Antidot-Übergitter für den Fall, dass der Zyklotrondurchmesser gerade so gross ist wie die Gitterperiode. Die Kreise markieren Äquipotentiallinien, wo die Antidot-Potentiale die Fermienergie durchstossen.

Fig. 4. Calculated classical electron trajectories in an antidot lattice for a magnetic field where the cyclotron diameter matches the lattice period. The circles mark equipotential lines where the antidot potentials penetrate the Fermi energy.

Folgt man einer solchen Trajektorie, wie sie in Abb. 4 dargestellt ist, so sieht man den weitgehend chaotischen Charakter. Es gibt aber Bereiche, wie z. B. oben rechts im Bild, wo ein Elektron sehr lange um einen Antidot herumkreist. Das Magnetfeld für diese Rechnung wurde so gewählt, dass der klassische Zyklotrondurchmesser genau einer Periode entspricht, so dass ein Elektronenkreis genau um einen Antidot herumfasst. Die generelle Bewegung des Elektrons ist diffusiver Art, wobei die Diffusion durch den chaotischen Charakter der Trajektorie bestimmt wird. Wird ein Elektron jedoch auf eine Bahn gelenkt, auf der es längere Zeit um einen Antidot herumläuft, so wird damit die Diffusion im Durchschnitt herabgesetzt, und dies führt zu den beobachteten Maxima im Magneto-Widerstand, wie sie in Abb. 3 dargestellt sind.

Unsere Erklärung läuft also wie folgt: der generelle Widerstand einer Antidotprobe wird durch die Diffusion der Elektronen durch das Antidotgitter beschrieben. Für spezielle Situationen, bei denen klassische Zyklotrondurchmesser kommensurabel mit der Gitterperiode sind, wird die Diffusion erniedrigt und damit der Widerstand erhöht. Eine quantitative Rechnung bestätigt dieses Ergebnis (FLEISCHMANN et al., 1992). Unsere Erklärung, so einfach sie klingen mag, hat doch einige erstaunliche Konsequenzen. Periodische Potentiale sind aus der Festkörperphysik schon seit langem bekannt. Im vorliegenden Fall haben wir ein rein klassisches System untersucht und gefunden, dass zumindest im ballistischen Bereich der Widerstand sehr stark durch ein periodisches Gitter beeinflusst wird.

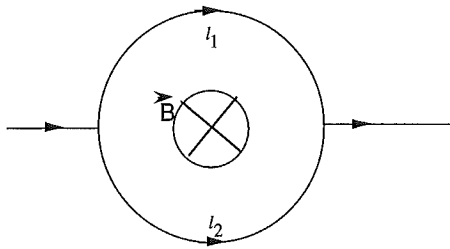
#### 4 PHASENKOHÄRENTER TRANSPORT

Elektronen sind Teilchen mit quantenmechanischen Eigenschaften, die wir bisher vernachlässigt haben. Die Phasenkohärenz eines Elektrons wird zum Beispiel im Aharonov-Bohm Effekt (AHARONOV & BOHM, 1959) ausgenutzt. Die Phasenänderung eines Elektrons, das sich in einem magnetischen Feld entlang eines Pfades  $l$  bewegt, ergibt sich zu

$$d = \frac{e}{\hbar} \int d\vec{l} \cdot \vec{A}(\vec{r})$$

wobei  $\vec{A}$  das Vektorpotential des magnetischen Feldes beschreibt.

Für den speziellen Fall einer kreisförmigen Leiterschleife, bei der ein Elektron sowohl den Weg  $l_1$  als auch den Weg  $l_2$  nehmen kann, wie in untenstehendem Schema



erhält man für den Phasenunterschied der beiden Wege

$$\Delta\delta = \frac{e}{\hbar} \int_{l_1} d\vec{l} \cdot \vec{A}(\vec{r}) - \frac{e}{\hbar} \int_{l_2} d\vec{l} \cdot \vec{A}(\vec{r}) = \frac{e}{\hbar} \Phi$$

Dabei ist  $\Phi$  der gesamte magnetische Fluss, der durch die von den Pfaden  $l_1$  und  $l_2$  eingeschlossene Fläche dringt. Der magnetische Fluss  $\Phi$  ist quantisiert in Einheiten von  $\varphi_0 = h/e$ , das heisst  $\Phi = n\varphi_0$ . Durch Änderung des magnetischen Flusses  $\Phi$  um ein Flussquantum  $\varphi_0$  verändert sich die Interferenzbedingung zwischen den beiden Elektronenwellen entlang der Wege  $l_1$  und  $l_2$  gerade um  $2\pi$ . Bei einer Widerstandsmessung durch einen Ring erwartet man daher im phasenkohärenten Transportregime Oszillationen, die periodisch sind im magnetischen Fluss und damit im angelegten Magnetfeld.

Voraussetzung für dieses fundamentale Experiment ist, dass die Länge, über die ein Elektron seine Phase erhalten kann (Phasenkohärenz-Länge), grösser ist als die Ausdehnung des Gesamtsystems. Der Impuls des Elektronensystems und damit der elektrische Widerstand wird beeinflusst durch elastische Stösse der Elektronen an Störstellen und anderen Imperfektionen sowie, im vorliegenden Fall, an den gezielt positionierten Antidot-Potentialen. Die Phase eines Elektrons bleibt während eines solchen elastischen Stosses erhalten. Stossen jedoch zwei Elektronen aneinander, so ist die Phase eines der Elektronen nach dem Stoss nicht mehr wohl definiert.

Die Elektron-Elektron-Streuung ist eine intrinsische Eigenschaft eines Elektronengases und kann nicht durch eine erhöhte Reinheit weiter herabgesetzt werden. Ein entscheidender Parameter ist hier jedoch die Temperatur des Elektronensystems. Ein Elektron streut hauptsächlich mit anderen Elektronen, die in einem sehr engen Energiebereich liegen, der durch die Temperatur gegeben ist (Fermi-Verteilung). Wird die Temperatur erniedrigt, so gibt es immer weniger Elektronen in diesem Energiebereich, und die Elektron-Elektron-Streuung wird dementsprechend herabgesetzt.

Ein endliches Antidot-Übergitter ist im oberen Teil von Abb. 5 gezeigt. Die schwarzen Bereiche markieren geätzte

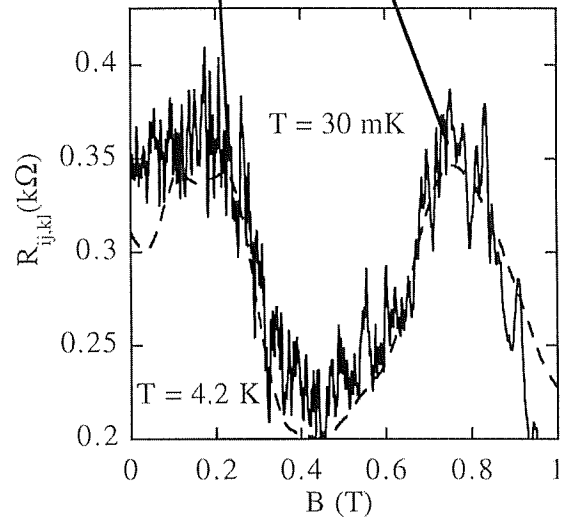
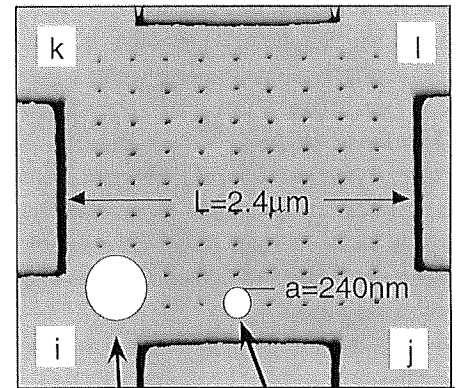


Abb. 5. Magnetowiderstand für ein endliches Antidot-Übergitter bei  $T = 4.2 \text{ K}$  (gestrichelte Linie) und  $T = 30 \text{ mK}$  (ausgezogene Linie). Die Messgeometrie ist durch ein rasterkraft-mikroskopisches Bild im oberen Teil der Abbildung dargestellt. Die dunklen Bereiche sind geätzt und definieren damit isolierende Bereiche im Elektronengas. Als Strom- und Spannungskontakte zu dem Antidot-Gitter im Zentrum dienen die Öffnungen in den Ecken, die seitlich jeweils durch isolierende Linien begrenzt werden.

Fig. 5. Magnetoresistance for a finite antidot lattice at  $T = 4.2 \text{ K}$  (dashed line) and  $T = 30 \text{ mK}$  (solid line). The experimental arrangement is shown in the upper part of the figure with an image taken with an atomic force microscope. The dark areas are etched and therefore define isolating regions in the electron gas. The open areas in the corners confined by the bordering dark insulating lines form the current and voltage contacts to the central antidot area.

Gebiete der Oberfläche, unter denen das Elektronengas verarmt ist. Damit ist eine quadratische Geometrie definiert, die  $9 \times 9$  Antidots enthält. Eine Widerstands-Messung wird nun durchgeführt, indem man zum Beispiel einen Strom durch die Kontakte i und j schickt und dann den Spannungsabfall

zwischen den Kontakten  $k$  und  $l$  misst. Für ein Elektron, das einen Antidot umkreist, ist dieses Gitter praktisch unendlich ausgedehnt. Im unteren Teil von Abb. 5 betrachten wir zunächst die gestrichelte Messkurve, die bei einer relativ «hohen» Temperatur von  $T = 4.2$  K aufgenommen wurde. Im wesentlichen beobachten wir wieder zwei Maxima als Funktion des Magnetfeldes, die wir mit Elektronenorbitalen um einen beziehungsweise vier Antidots identifizieren können (siehe Pfeile und schematisch eingezeichnete Kreise im oberen Teil der Abbildung).

Wird die Temperatur nun auf 30 mK erniedrigt, so werden den beiden Hauptmaxima der Messkurve reproduzierbare Fluktuationen überlagert. Die irregulären Strukturen haben nichts mit Rauschen zu tun und sind von Messung zu Messung absolut reproduzierbar (SCHUSTER et al., 1994). Wie wir uns oben überlegt haben, führt eine Erniedrigung der Temperatur zu reduzierter Elektron-Elektron-Streuung und damit zu einer vergrößerten Phasenkohärenz-Länge. Im vorliegenden Fall, bei dem die Temperatur von 4.2 K auf 30 mK abgesenkt wird, übersteigt die Phasenkohärenz-Länge die Gesamtgröße des Systems. Damit können Elektronen phasenkohärent durch das Gesamtsystem laufen.

Im klassischen Regime haben wir gelernt, dass sich die Elektronen in erster Linie auf chaotischen Bahnen bewegen. Entlang solcher Bahnen ergeben sich zufällige Interferenz-Ereignisse, die zu den irregulären Strukturen in der Widerstands-Kurve führen. Wir nützen damit die quantenmechanische Phase der Elektronen aus, um etwas über ihr klassisches Verhalten zu lernen. Man kann sogar noch einen Schritt weiter gehen. Bei bestimmten Magnetfeldern wissen wir, dass die Elektronen klassisch um einen oder Gruppen von Antidots kreisen. Dies bedeutet quantenmechanisch, dass sie einen magnetischen Fluss einschließen, der sich mit dem Magnetfeld ändert. Dies führt zu Strukturen im Widerstand, die periodisch im Magnetfeld sind, sofern sich die klassische Bahn in diesem Magnetfeld-Bereich sehr wenig ändert. Wir finden also einen Aharonov-Bohm ähnlichen Effekt, bei dem die Kreisbahn der Elektronen nicht durch eine äussere Geometrie aufgezwungen wird, sondern sich durch die klassische Bahn eines Elektrons im Magnetfeld natürlich ergibt. In der Tat ergibt die Fourier-Transformation der Messkurve aus Abb. 5 ein Maximum bei der Frequenz, die genau einem solchen Aharonov-Bohm ähnlichen Effekt entspricht.

### 5 WAS BRINGT DIE ZUKUNFT?

Wir haben gesehen, dass die Interferenz-Ereignisse phasenkohärenter Elektronen dazu benutzt werden können, um et-

was über den klassischen Phasenraum eines chaotischen Systems zu lernen. Umgekehrt werden die Bahnen, entlang denen die quantenmechanischen Elektronen interferieren, durch klassische Trajektorien bestimmt. Dieser sogenannte quasi-klassische Bereich wird durch das Wechselspiel zwischen klassischer und Quanten-Mechanik zu einem vielseitigen Forschungsgebiet der modernen Physik. Auf der theoretischen Seite ist der Übergang von einem klassisch chaotischen System in den quantenmechanischen Bereich noch nicht vollständig geklärt. Unsere Experimente tragen somit zum Verständnis bei, wie der Übergang von klassischen Trajektorien zu quantenmechanischen Wellenfunktionen vollzogen werden kann.

Antidot-Übergitter sind natürlich nur ein Modell-System, das mit hochreinen Halbleiter-Nanostrukturen realisiert werden kann. Ebenso kann man kleine Einzelstrukturen, sogenannte Quantendots, realisieren, bei denen Elektronen in allen drei Raumrichtungen auf einer quantenmechanischen Längenskala eingesperrt werden. Durch Spektroskopie findet man viele Phänomene der Atomphysik wieder, wobei das einschnürende Potential in diesem Fall nicht durch die Coulomb-Anziehung zwischen Atomkern und Elektronenschale gegeben ist, sondern durch die Wände des Quantendots, die wiederum durch die Art der Fabrikationstechnologie beeinflusst werden.

Heutzutage können Potentiale massgeschneidert und Elektronen darin eingefangen werden. Dies öffnet die Tür zu vielen Experimenten, die bisher nur im atomaren Bereich oder mit Photonen vorstellbar waren. Gleichzeitig gibt es viele Ideen, wie zum Beispiel das Verhalten ballistischer Elektronen in neuartigen Bauelementen umgesetzt werden kann. So kann man ballistische Elektronen durch massgeschneiderte Potentiale in ihrer Bahn beeinflussen, ähnlich wie man Lichtwellen durch Linsen und Spiegel steuern kann. Bis zur eigentlichen Umsetzung dieser Forschungsergebnisse in praktische Anwendungen müssen jedoch noch grundlegende Probleme gelöst werden.

Bisher finden die Experimente bei tiefen Temperaturen statt, um den Einfluss von Gitterschwingungen auf das Transportverhalten zu minimieren. Weiterhin müssen thermische Energien kleiner sein als typische Quantisierungsenergien aufgrund der Einschnürungspotentiale. Um diese Hürde zu überwinden, müssen die Halbleiter-Strukturen noch kleiner und noch besser kontrollierbar sein, was eine Weiterentwicklung der Fabrikationstechnologien erfordert.

Die moderne Halbleiterphysik erlaubt es, physikalische Konzepte anhand von gezielt hergestellten Modellstrukturen zu überprüfen und weiterzuentwickeln. Im Gegensatz zu

früheren Zeiten, wo Physiker sich auf das Studium verschiedenartigster Materialien und deren Defekte konzentrierten, stehen heute Strukturen im Mittelpunkt des Interesses, die durch gezielte Modifikation und Manipulation von Materialparametern hergestellt werden. Für den Physiker bedeutet dies eine Spielwiese voller Entdeckungen, die vermutlich neben Halbleitern auch bald Materialien aus Chemie und Biologie beinhalten wird.

## 6 LITERATUR

- AHARONOV, Y. & BOHM, D. 1959. Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory. – *Phys. Rev.* *115*, 485–491.
- BLOCH, F. 1928. Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. – *Z. Physik* *52*, 555–600.
- ENSSLIN, K. & PETROFF, P.M. 1990. Magnetotransport through an antidot lattice in GaAs-AlGaAs heterostructures. – *Phys. Rev. B* *41*, 12307–12310.
- FLEISCHMANN, R., GEISEL, R.T. & KETZMERICK, R. 1992. Magneto-resistance due to chaos and nonlinear resonances in lateral surface superlattices. – *Phys. Rev. Lett.* *68*, 1367–1370.
- SCHUSTER, R. & ENSSLIN, K. 1994. Antidot superlattices: classical chaos and quantum transport. – *Festkörperprobleme* *34*, 195–218.
- SCHUSTER, R., ENSSLIN, K., WHARAM, D., KÜHN, S., KOTTHAUS, J.P., BÖHM, G., KLEIN, W., TRÄNKLE, G. & WEINMANN, G. 1994. Phase coherent electrons in a finite antidot lattice. – *Phys. Rev.* *B49*, 8510–8513.
- SINAI, Y.G. 1970. Dynamische Systeme mit streuenden Spiegelungen / Ergodische Eigenschaften von streuenden Billiards. – *Usp. Mat. Nauk.* *25*, 141–192.
- WEBB, R.A., WASHBURN, S., UMBACH, C.P. & LAIBOWITZ, R.B. 1985. Observation of  $h/e$  Aharonov-Bohm oscillations in normal-metal rings. – *Phys. Rev. Lett.* *54*, 2696–2699.
- WEISS, D., ROUKES, M.L., MENSCHIG, A., GRAMBOW, P., KLITZING, K. v. & WEIMANN, G. 1991. Electron pinball and commensurate orbits in a periodic array of scatterers. – *Phys. Rev. Lett.* *66*, 2790–2793.

Prof. Dr. Klaus Ensslin, Laboratorium für Festkörperphysik, ETH Hönggerberg, 8093 Zürich