

Mitteilungen

Die Bestimmung der elektrischen Elementarladung aus dem Schroteffekt als Demonstrations- und Laboratoriumsexperiment

Von

H. BÖMMEL und H. H. STAUB, Zürich

(Mit 4 Abbildungen im Text)

Aus dem physikalischen Institut der Universität Zürich

Eine wichtige Aufgabe der Demonstrationstechnik besteht in der Entwicklung einfacher und für eine grössere Zuhörerschaft übersichtlicher Experimente, die es erlauben in Vorlesungen die fundamentalen Naturkonstanten wenigstens mit einiger Genauigkeit zu bestimmen. Besonders wertvoll sind solche Experimente, die sich auch für das physikalische Praktikum eignen und dort eine Bestimmung der betreffenden Fundamentalgrösse auf einige Prozent genau ge-

statten. In dieser Weise können z. B. die spezifische Ladung e/m des Elektrons und die PLANCKSche Konstante h gemessen werden. Dagegen bietet selbst die grössenordnungsmässige Bestimmung der Elektronenladung e und damit die am einfachsten aus e und der FARADAYSchen Zahl F abgeleitete Grösse der AVOGADROSchen Zahl N beträchtliche Schwierigkeiten. Die Ausführung des MILLIKANSchen Öltropfenversuches in einem Laboratoriumskurs ist zwar einfach aber

zeitraubend und kann als Demonstrations-
experiment vor einer grösseren Zuhörer-
schaft nicht ausgeführt werden.

Mit den bedeutenden Fortschritten auf
dem Gebiet der Hochfrequenztechnik in den
letzten 10 Jahren schien es uns möglich aus
dem von SCHOTTKY (1) erstmalig theoretisch
behandelten Schroteffekt die Elektronen-
ladung e auf einfache Weise zu bestimmen.
Diese Methode wurde von HULL und WIL-
LIAMS (2) und WILLIAMS und VINCENT (3)
benützt und ergab recht gute Resultate. Die
Experimente waren aber beim damaligen
Stand der Technik recht schwierig und da-
her für den Unterricht nicht geeignet.

Die Methode von HULL und WILLIAMS be-
steht darin, dass die Anodenstromschwankun-
gen, bedingt durch die endliche Grösse
der Ladungsträger einer im Sättigungsge-
biet arbeitenden Diode über eine geeignete
Impedanz Spannungsschwankungen hervor-
rufen, die nach ausreichender Verstärkung
messbar sind. Aus der Grösse des Schwankun-
gsphänomens kann die Elementarladung
bestimmt werden, ähnlich wie man aus
Schwankungserscheinungen (z. B. der
BROWNSCHEN Bewegung) die AVOGADROSCHEN
Zahl bestimmen kann. Die Grösse dieser
Spannungsschwankungen lässt sich auf fol-
gende Weise einfach herleiten. Es sei in
Abb. 1 D eine im Sättigungsgebiet arbeitende
Diode, deren Anodenstrom I mit der mitt-
leren quadratischen Schwankung $\overline{\Delta I^2}$ durch
die Anodenimpedanz, bestehend aus der
Parallelanordnung einer Kapazität C , einer
Selbstinduktion L mit Seriewiderstand r und
einem Widerstand R , fliesst. Die Differen-
tialgleichung dieses Kreises lautet:

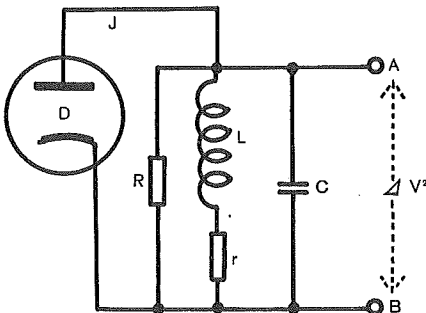


Abb. 1 Schema des Diodenkreises.

$$\ddot{V}LC + \dot{V}\left(\frac{L}{R} + r \cdot C\right) + V\left(1 + \frac{r}{R}\right) = 0$$

Jedes zur Zeit $t = 0$ von der Kathode zur
Anode übertretende Elektron erzeugt zwi-
schen A und B einen Spannungsschoss v von
der Form einer gedämpften Schwingung

$$V = Ac^{-t/\tau} \cos(\omega t + \delta)$$

wobei

$$\tau = \frac{2LC}{L/R + r \cdot C};$$

$$\omega = \sqrt{1 + r/R - \frac{(L/R + rC)^2}{4L^2C^2}}$$

Die Konstanten A und B sind durch die
Anfangsbedingungen $v(0) = e/c$ und Strom-
losigkeit des L -Zweiges bestimmt

$$A \cos \delta = e/c; \quad A \sin \delta = -\frac{e}{\omega C} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{I}{RC}\right).$$

Dabei ist angenommen, dass die Laufzeit
der Elektronen in D klein sei gegenüber der
Schwingungsdauer des Anodenkreises. Der
Strom I setzt sich zusammen aus der pro
Zeiteinheit übertretenden Anzahl n Elek-
tronen, $I = ne$, und da im Sättigungsgebiet
die Elektronenübergänge statistisch vonein-
ander unabhängig sind, so ergibt sich nach
dem bekannten Theorem der Wahrscheinlich-
keitsrechnung über die Schwankung
einer Summe unabhängiger Ereignisse
(Theorem von CAMPBELL) die mittlere
Schwankung $\overline{\Delta V^2}$

$$\overline{\Delta V^2} = n \int_0^\infty v^2(t) dt = \frac{eIL}{2C} \left(\frac{r}{L} + \frac{1+r/R}{rC}\right) \frac{1}{(1+r/R)(1+L/rC)}.$$

Für den vorliegenden Zweck empfiehlt es
sich den Gütefaktor des Schwingkreises gross
gegen eins zu wählen, d. h. $r \ll \omega L \ll R$,
da dann die Schrotspannung $\overline{\Delta V^2}$ einen klei-
nen Frequenzbereich belegt und damit die
Bandbreite des nachfolgenden Verstärkers
nicht zu gross sein muss. In diesem Falle
gilt die folgende, auf obige Weise leicht
direkt zu erhaltende Beziehung, die schon
von HARTMANN (4) angegeben wurde:

$$\overline{\Delta V^2} = \frac{eI}{2C} R_0$$

wobei R_0 den effektiven Parallelwiderstand
des Resonanzkreises bedeutet. $R_0 \gg \omega L$. Die-

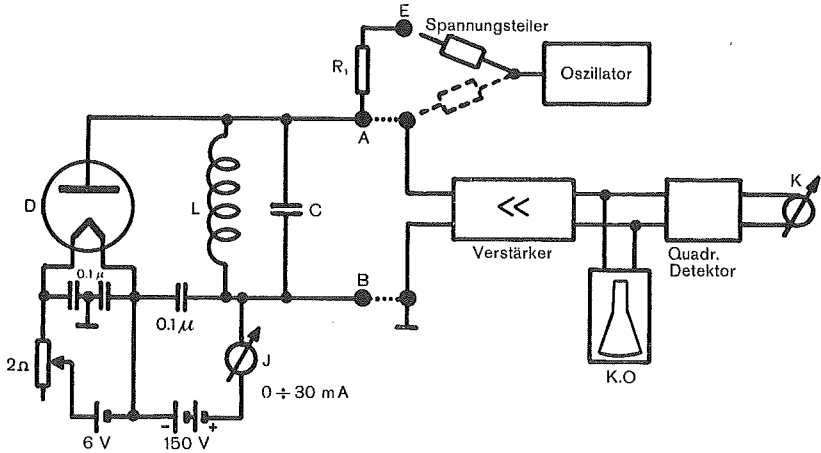


Abb. 2 Blockdiagramm der Anordnung.

ser Widerstand setzt sich parallel zusammen aus einem Beitrag des Seriewiderstandes r , dem inneren Widerstand der Diode, dem Widerstand von C und einem allfälligen Eingangswiderstand des in AB angeschlossenen Verstärkers. Die am Ausgang des Verstärkers auftretende Rauschspannung V^2 von der Grössenordnung 0,3 Volt, muss nach ihrem quadratischen zeitlichen Mittelwert oder Effektivwert gemessen werden. Dies erfolgt am einfachsten durch einen sogenannten quadratischen Detektor. Die Eichung der Apparatur geschieht durch Anlegen einer harmonischen Spannung der Frequenz ω und bekannter Amplitude.

Abb. 2 zeigt das Blockdiagramm der Anordnung. Als Diode verwendeten wir die zu Rauschspannungsmessungen speziell hergestellten Rauschdioden Sylvania 5722, die bei einem Anodenstrom von 20 Ma bei 150 V Anodenspannung bereits völlig gesättigt sind. ($R_i \approx 100 K \Omega$). Die Selbstinduktion L ist eine einlagige Spule von 3 cm Durchmesser und 6 cm Länge mit etwa 100 Windungen und einer Induktion von $170 \mu H$. Die Kapazität C , ein keramischer Kondensator, beträgt zusammen mit den Streukapazitäten $1530 \mu\mu F$. Die Eigenfrequenz des Resonanzkreises beträgt daher 313 Kilohertz. Der Verstärker enthält 3 RC gekoppelte Stufen sowie am Ausgang einen Kathodenfolger. Seine Verstärkung beträgt etwa 3000. Das Verstärkungsband erstreckt sich von 25 bis 1100 Kilohertz. Bei einem Gütefaktor des

Resonanzkreises von etwa 50 besitzt der Verstärker also denselben Verstärkungsfaktor für alle vorkommenden Frequenzen.

Abb. 3 zeigt das Schema des verwendeten quadratischen Detektors. Er benützt die Tatsache, dass bei einer Röhre vom Typus 6J6 die Ableitung der Steilheit nach der Gitterspannung zwischen -1 und -4 Volt praktisch konstant, die Anodenstrom-Gittercharakteristik also fast rein parabolisch ist. Das Gleichstrominstrument K zeigt daher einen Ausschlag, der proportional dem quadratischen zeitlichen Mittelwert der zwei

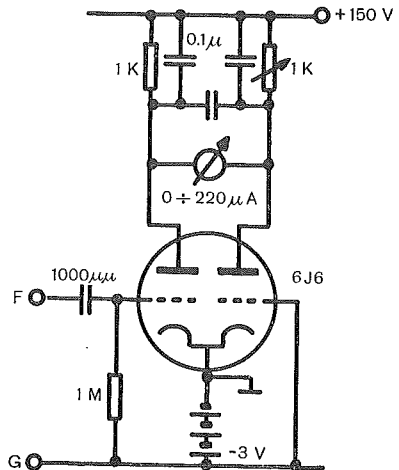


Abb. 3 Schema des quadratischen Detektors.

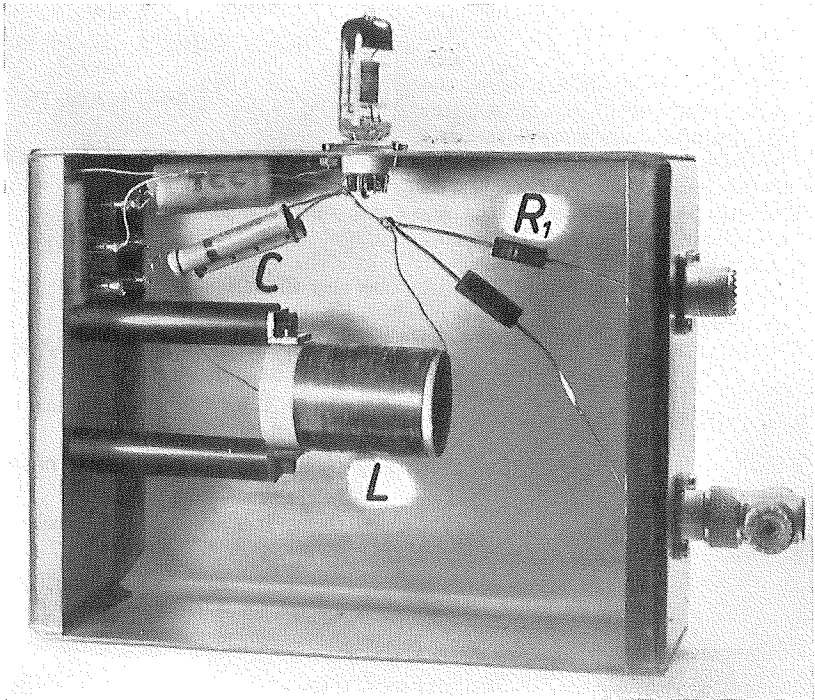


Abb. 4

schen F und G angelegten Wechselspannung ist. Zur Bestimmung des effektiven Parallelwiderstandes R_0 dient der in Abb. 2 zwischen E und A angebrachte Widerstand R_1 von etwa 18 K Ohm. Legt man zwischen E und B eine harmonische Spannung V_1 der exakten Resonanzfrequenz ω so wirkt die Impedanz AB rein resistiv und K zeigt einen gewissen Ausschlag. Verbindet man nunmehr diese Spannungsquelle statt über EB über AB , so zeigt K denselben Ausschlag für eine Spannung V_2 und der Parallelwiderstand R_0 ergibt sich aus:

$$R_0 = R_1 \cdot \frac{V_2}{V_1 - V_2}$$

Die Spannungen V_1 , V_2 werden von einem einfachen Oszillator über einen geeigneten Spannungsteiler geliefert. R_1 und die Widerstände des Teilers können gewöhnliche Radiowiderstände (Massenwiderstände) sein. Zu beachten ist, dass die Messung von R_0 bei geheizter Diode zu erfolgen hat, um deren inneren Widerstand ebenfalls zu be-

rücksichtigen. Die absolute Messung der Rauschspannung schliesslich erfolgt durch Anlegen einer harmonischen Spannung mit dem Effektivwert V_0 zwischen A und B , so dass der am Instrument K abgelesene Ausschlag gleich demjenigen ist, den die Rauschspannung erzeugt. Diese Spannung wird ebenfalls vom Hilfsoszillator über genau geeichte Spannungsteiler geliefert. Die Spannungsteilung erfolgt in 2 Stufen von 3000 auf 12 beziehungsweise 1000 auf 12 Ohm, deren Widerstände ebenfalls Massenwiderstände sind und mit Gleichstrom in der Wheatstonebrücke gemessen werden können. Ihre Grösse ist so gewählt, dass allfällige Streukapazitäten vernachlässigbar sind. Alle vorkommenden Spannungen werden mit einem üblichen Röhrenvoltmeter gemessen. Der Schwingkreis muss während der Messung abgeschirmt werden und befindet sich in einem leicht zu öffnenden Metallkasten. Abb. 4.

Für grobe grössenordnungsmässige Messungen kann der effektive Wert der Rausch-

spannung auch auf einem möglicherweise projizierbaren Kathodenstrahloszillographen abgeschätzt und mit der Eichspannung verglichen werden. Virtuelle Schätzung des Effektivwertes ergibt recht brauchbare Resultate. Die ganze Messung kann in etwa 10 Minuten vorgenommen werden, wenn C , R_1 und das Teilungsverhältnis X der Spannungsteiler zum voraus bekannt sind. Als Beispiel geben wir nachstehend das Resultat einer solchen Messung wieder.

$$\begin{aligned} C &= 1530 \mu\mu F \\ R_1 &= 17\,650 \text{ Ohm} \\ X &= 2.275 \times 10^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad I &= 10 \text{ mA}; \quad V_1 = 4,79 \text{ V}; \quad V_2 = 2,38 \text{ V} \\ R_o &= 17410 \Omega; \quad X \cdot V_o = 2,16 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e &= \frac{2 C \cdot V_o^2}{I \cdot R_o} = \\ &= \frac{2 \cdot 1,53 \cdot 0,90}{1 \cdot 1,741} \cdot 10^{-19} = 1,58 \cdot 10^{-19} \text{ Clb.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad I &= 20 \text{ mA}; \quad V_1 = 4,95 \text{ V}; \quad V_2 = 2,30 \text{ V}; \\ R_o &= 15320 \Omega; \quad X \cdot V_o = 2,92 \text{ V} \end{aligned}$$

$$e = \frac{2 \cdot 1,53 \cdot 1,642}{2 \cdot 1,532} \cdot 10^{-19} = 1,64 \cdot 10^{-19} \text{ Clb.}$$

Diese Werte, die schätzungsweise auf etwa 3% genau sein sollten, stimmen wie ersichtlich mit dem bekannten Wert

$$e = 1.6018 \times 10^{-19} \text{ Clb}$$

bestens überein.

- (1) W. SCHOTTKY: Ann. der Physik, 57, 541, 1918; 68, 157, 1922.
- (2) A. W. HULL und N. H. WILLIAMS: Physical Rev. 25, 147, 1925.
- (3) N. H. WILLIAMS und H. B. VINCENT: Physical Rev. 28, 1250, 1926.
- (4) C. A. HARTMANN: Phys. Zschr. 23, 436, 1922.